

אנליזה נומרית 1

תרגיל מס' 6

שאלה 1

- א. בלי לחשב הראה כי ל- $f(x) = x^3 - 3x + 2 = 0$ יש שורש $r \in [-3, -1]$
- ב. מצא את r אנאליטית.
- ג. רשום את איטרציית ניוטון עבור $f(x)$.
- ד. ממש ב *Matlab* את האיטרציה.
- ה. עבור ניהוש התחלתי $x_0 = -3$, הרץ את התוכנית שכתבת עבור $f(x)$ עד דיוק של 10^{-8} או לכל היותר 30 איטרציות. שמור את התוצאות בוקטור $x(k)$.
- ו. על סמך התוצאות של סעיף ד' חשב את וקטור השגיאה $E(k) = |x(k) - r|$.
- ז. על סמך סעיף ה' קבע את סדר וקבוע ההתכנסות. נמק היטב.

שאלה 2

יהיה r שורש הפונקציה $f(x)$.

הראה עבור שיטת ניוטון, אם $f'(r) \neq 0$ ו- $f(x)$ גזירה פעמיים ברציפות אזי $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$

מקיימת:

א. $g'(r) = 0$

ב. $g''(r) = \frac{f''(r)}{f'(r)}$

שאלה 3

שיטת סטפסון (Steffenson) נתונה ע"י

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{\phi(x_n)}, \quad \phi(x) = \frac{f(x + f(x)) - f(x)}{f(x)}$$

הראה כי אם השיטה מתכנסת, היא מתכנסת ריבועית.

שאלה 4

האם אפשר להשתמש בשיטת ניוטון לצורך הפתרון של המשוואה $x^{\frac{1}{3}} = 0$ הסבר את תשובתך?

שאלה 5

$$F(x, y) = \begin{pmatrix} f(x, y) \\ g(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 \\ xy + 1 \end{pmatrix} \text{ יהי}$$

א. מצא שורשים של $F(x, y) = 0$

ב. רשום איטרציית ניוטון שפותרת $F(x, y) = 0$

ג. ממש את האיטרציה במטלאב, אפשר לבחור $v_0 = v + \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0 \end{pmatrix}$ כאשר $v \in \square$. $F(v)$

ד. צור גרף של $\|e_1\| = \sqrt{e_1^2 + e_2^2}$. קבע סדר התכנסות נומרית.