מודלים חישוביים - תרגיל 4#

אריאל סטולרמן
כלב אלפרנס
קבוצה 02

(1)

נוכיח כי הטענה $NP = coNP \Leftrightarrow \exists B \in NPC\ s.t. B \in coNP$ **נכונה**:

נניח $NP = coNP$, ותהי $B \in NPC$ (למשל $B = SAT$) $\Leftarrow$ בפרט מתקיים כי $B \in NP \Leftarrow B \in coNP$, ולכן הוכחנו כי קיימת בעיה ב-NPC הנמצאת גם ב-$coNP$.

טענת עזר:

אם $A \leq_p B$ אז: $B \in coNP \Rightarrow A \in coNP$, $A \notin coNP \Rightarrow B \notin coNP$. הוכחה:

נניח כי $A \leq_p B$, אזי קיימת f חשיבה ופולינומיאלית כך ש-$x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$.

תחילה נשים לב כי מתקיים: $x \in \bar{A} \Leftrightarrow x \notin A \Leftrightarrow f(x) \notin B \Leftrightarrow f(x) \in \bar{B}$, ולכן f משמשת למיפוי גם מ-$\bar{A}$ אל $\bar{B}$ ולכן מתקיימת הרדוקציה $\bar{A} \leq_p \bar{B}$.

נניח כי $\bar{B} \in coNP$ אזי $B \in NP$, והרי מהרדוקציה מתקיים כי כיוון ש-$B \in NP$ אזי גם $A \in NP \Leftarrow \bar{A} \in coNP$.לכן $coNP$-יות מועברת מהצד הימני לצד השמאלי.

נניח כעת כי $\bar{A} \notin coNP$ אזי $A \notin NP$, והרי מהרדוקציה מתקיים כי כיוון ש-$A \notin NP$ אזי גם $B \notin NP \Leftarrow \bar{B} \notin coNP$.

לכן NOT-$coNP$-יות מועברת מהצד השמאלי לצד הימני.

כעת נניח כי קיימת בעיה $B \in NPC$ כך ש-$B \in coNP$. תהי $b \in NP$, אזי קיימת רדוקציה פולינומיאלית $b \leq_p B$, לפי תכונות NPC. כיוון ש-$B \in coNP$, מטענת העזר נובע כי גם $b \in coNP$, ולכן כל בעיה ב-NP היא גם בעיה ב-$coNP$.

כיוון ש-$|NP| = |coNP|$ (לכל בעיה ב-NP קיימת משלימה ב-$coNP$ ולהיפך), אזי $NP = coNP$, כנדרש.

(2)

(a)

הטענה נכונה:

נראה רדוקציה פולינומיאלית $3SAT \leq_p HALT$.

נגדיר f המעבירה כל $\varphi \in 3SAT$ אל $f(\varphi) \in HALT$:

$f(\phi) \coloneqq return < P_\varphi, \varepsilon >, where:$

$P_\varphi() \coloneqq$ $let\ n\ be\ the\ number\ of\ variables\ in\ \varphi$

$for\ i \coloneqq 0\ to\ n\ do$

$for\ each\ combination\ C\ of\ i\ \ variables\ of\ \varphi\ (out\ of\ n)$

$run\ \varphi\ with\ all\ x \in C\ are\ T, x \notin C\ are\ F:$

$if\ T, return\ T, else\ continue.$

$run\ loopy()$

נכונות:

הפונקציה f חשיבה כיוון שסה"כ מחזירה זוג סדור של הפונקציה P_φ עם הקלט הריק, והקוד של P_φ חשיב. כמו כן, ברור כי הפונקציה f פולינומיאלית לגודל הקלט φ.

נניח כי $\varphi \in 3SAT$, אזי קיימת לה הצבה מקבלת, ולכן P_φ תעצור מתישהו, עבור הצבה כלשהי שתבדוק (ותחזיר T). לפיכך $f(\varphi) \in HALT$.

נניח כי $\varphi \notin 3SAT$, אזי לכל הצבה ש-P_φ תבדוק, לא יוחזר T ולבסוף תרוץ $loopy()$, ולכן $f(\varphi) \notin HALT$.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$3SAT \in NPC$, אז $\boldsymbol{HALT \in NP-hard}$, כנדרש.

(b)

$\boldsymbol{HALT \notin NPC}$:

נניח בשלילה כי $HALT \in NPC$, אזי בפרט $HALT \in NP$. לכן לכל קלט x קיימת עדות w כלשהי שהיא מחרוזת, ומכונת טיורינג M, כך ש- $x \in HALT \Leftrightarrow M(x,w) = T$. ניתן להריץ בשיטת הזיגזג את M על x עם כל המחרוזות האפשריות w, כאשר מתישהו נגיע למחרוזת המתאימה שהיא העדות של x, וכך למעשה ניתן להכריע את $HALT$, כלומר $HALT \in R$, וזו הרי סתירה. לפיכך $HALT \notin NPC$.

(3)

(a)

$$A = \{\varphi \mid \varphi \in 3-CNF \ and \ \varphi \ is \ satisfying \ where \ exactly \ 2008 \ vars \ are \ assigned \ T\}$$

טענה: $\boldsymbol{A \in P}$:

יהי מספר המשתנים המופיעים בנוסחה φ מסומן ב-n, וברור כי $N := |\varphi| > n$. כדי לבדוק האם קיימת הצבה של בדיוק 2008 משתנים בעלי ערך T, נצטרך לבדוק $n(n-1)(n-2)\ldots(n-2007)$ הצבות שונות – n אפשרויות למשתנה הראשון שיקבל T, כפול n-1 אפשרויות למשתנה השני שיקבל T וכו'. מספר זה חסום מלמעלה ע"י $n^{2008} < N^{2008}$, ולכן הסיבוכיות פולינומיאלית. כמובן שתחילה נבדוק את המקרה הקצה שהוא $n < 2008$, ובמקרה זה נחזיר כמובן F.

(b)

$$B = \{\varphi \mid \varphi \in 3-CNF \ with \ an \ even \ num \ of \ vars \ and \ there \ is \ a \ satisfying \ assignment \ s.t. half \ of \ the \ vars \ are \ T \ and \ the \ other \ half \ are \ F\}$$

טענה: $\boldsymbol{B \in NPC}$:

נראה רדוקציה פולינומיאלית $SAT \leq_p B$:

נגדיר f תוכנית שבהינתן נוסחה φ מחזירה את הנוסחה $\varphi \wedge \varphi'$, כאשר φ' זהה בצורתה ל-φ, עם משתנים חדשים: לכל x המופיע ב-φ יהיה y שיופיע ב-φ', עם סימן הפוך מהסימן של ה-x המתאים לו. כלומר: הופעה של x ב-φ תגרור הופעה של $\bar{y}$ ב-φ', והופעה של $\bar{x}$ ב-φ תגרור הופעה של y ב-φ'.

נכונות:

תחילה, ברור כי $B \in NP$. הפונקציה f חשיבה כיוון שכל מה שאנחנו עושים הוא ליצור נוסחה חדשה עם כפליים כמות המשתנים, ושינויים פשוטים. כמו כן ברור כי f פולינומיאלית על גודל φ (אף לינארית).

נניח כי $\varphi \in SAT \Leftarrow$ קיימת הצבה מקבלת למשתנים המופיעים ב-φ. ניקח את אותה הצבה ונציב אותה בחצי הראשון של $\varphi\wedge\varphi'$, כלומר בחלק ה-φ שלה, וניקח את ההצבה ההפוכה (במקום T יהיה F ולהיפך) ונציב אותה בחצי השני, כלומר בחלק ה-φ'. נניח ובהצבה המקבלת ל-φ היו m ערכי T ו-n ערכי F, אזי בהצבה ל-$\varphi\wedge\varphi'$ יהיו $(m+n)$ ערכי T ו-$(m+n)$ ערכי F, ולכן הצבה מקבלת ל-$\varphi\wedge\varphi'$ בה חצי מהמשתנים מקבלים T והחצי השני $F \Leftarrow \varphi\wedge\varphi' \in B$, כנדרש.

נניח כי $\varphi \notin SAT \Leftarrow$ לא קיימת הצבה מקבלת עבור φ, ולכן לא קיימת הצבה מקבלת לחצי הראשון של $\varphi\wedge\varphi'$, ובגלל ששני החלקים מחוברים באופרטור $\wedge$, אזי לא קיימת הצבה מקבלת כלל עבור $\varphi\wedge\varphi'$, בפרט כזו העונה על תנאי $B \Leftarrow \varphi\wedge\varphi' \notin B$, כנדרש.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$SAT \in NPC$, אזי גם $\boldsymbol{B \in NPC}$.

(c)

$$C = \{G \mid G = \{V,E\}\ is\ a\ directed\ graph\ with\ a\ Hamiltonian\ path\}$$

טענה: $\boldsymbol{C \in NPC}$:

נראה רדוקציה פולינומיאלית $HamPath \leq_p C$:

נגדיר f שבהינתן גרף מכוון $G = \{V,E\}$ מחזירה G':

- $V' = V \cup \{v\}, where\ v \notin V$
- $E' = E \cup \{(u,v) | u \in V\} \cup \{(v,u) | u \in V\}$

כלומר, G' זהה ל-G, רק שהוספנו קודקוד חדש v שניתן להגיע אליו מכל צומת בגרף, וניתן להגיע לכל צומת בגרף ממנו.

נכונות:

תחילה, ברור כי $C \in NP$. הפונקציה f חשיבה ופולינומיאלית על גודל הקלט G – גם טרוויאלי.

נניח כי $G \in HamPath$, אזי קיים בו מסלול המילטוני, ולכן ב-G' קיים אותו מסלול המילטוני שקיים ב-G. נניח כי אותו מסלול המילטוני מתחיל בצומת s ומסתיים בצומת t, אזי ניתן לחבר את t חזרה ל-s דרך מעבר ב-v (בו טרם עברנו), ולכן קיים מעגל המילטוני ב-$G' \Leftarrow G' \in C$, כנדרש.

נניח כי $G \notin HamPath$, אזי לא קיים בו מסלול המילטוני, ולכן הוספת צומת יחיד v המחובר לכל שאר הצמתים בגרף לא תספיק ע"מ ליצור מעגל המילטוני: לכל הפחות יהיו ב-G שני מסלולים פשוטים (כלומר מסלולים העוברים בכל קודקוד בהם בדיוק פעם אחת) זרים, ובמקרה זה ב-G' יהיה פשוט מסלול המילטוני – נשתמש ב-v לחיבור סוף מסלול אחד לתחילת האחר. לא נוכל להשתמש ב-v שוב, כיוון שאז נשבור את תנאי המעבר היחיד לכל צומת בגרף $\Leftarrow G' \notin C$, כנדרש.

באופן כללי, אם ב-G יש k מסלולים פשוטים זרים, אזי ב-G' יהיו k-1 מסלולים פשוטים זרים, ורק במקרה הספציפי בו k=1, דהיינו מסלול המילטוני ב-G, הוא יהפוך למעגל המילטוני ב-G'.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$HamPath \in NPC$, אזי גם $\boldsymbol{C \in NPC}$.

(*d*)

$$D = \{G \mid G = \{V,E\} \text{ is a directed graph}, G \text{ has two simple cicles with disjoint vertices that cover all } v \in V\}$$

טענה: $D \in NPC$:

נראה רדוקציה פולינומיאלית מהסעיף הקודם: $C \leq_p D$:

נגדיר f שבהינתן גרף מכוון G, מחזירה את הגרף המכוון G' כאשר:

- $V' = V \cup \{a,b,c\}, where\ a,b,c \notin V$
- $E' = E \cup \{(a,b),(b,c),(c,a)\}$

נכונות:

תחילה, ברור כי $D \in NP$. הפונקציה f חשיבה ופולינומיאלית על גודל הגרף G – גם טרוויאלי. נשתמש בהגדרת מעגל המילטוני כמעגל פשוט המכסה את כל קודקודי הגרף.

נניח $G \in C$, אזי קיים ב-G מעגל המילטוני, ולכן הוא מהווה מעגל פשוט אחד ב-G', המכסה את כל הקודקודים פרט ל-*a,b,c*. ב-G' יש מעגל נוסף פשוט המחבר בין הקודקודים הנותרים *a,b,c*, כאשר שני המעגלים הפשוטים האלה זרים, והם מכסים יחד את כל $v \in V'$ $\Leftarrow$ $G' \in D$, כנדרש.

נניח כי $G \notin C$, אזי לא קיים מעגל המילטוני ב-G, ולכן חלק זה ב-G' אינו מהווה מעגל פשוט. לפיכך ב-G' לא קיימים שני מעגלים פשוטים זרים המכסים את כל $v \in V'$ (קיים קודקוד אחד לפחות שלא מכוסה) $\Leftarrow$ $G' \notin D$, כנדרש.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$C \in NPC$, אזי גם $\boldsymbol{D \in NPC}$.

(*e*)

$$E = \{G \mid G = \{V,E\} \text{ is an undirected graph}, |V| \text{is even}, s.t. \text{ there is a clique in } G \text{ with } k \geq \frac{|V|}{2}\}$$

טענה: $E \in NPC$:

נראה רדוקציה פולינומיאלית $Clique \leq E$:

נגדיר f שבהינתן זוג סדור $< G,k >$, מחזירה גרף לא מכוון G' שבתחילת האלגוריתם זהה ל-G, כאשר:

- אם $k = \frac{|V|}{2}$, נחזיר את $G' = G$.
- אם $k < \frac{|V|}{2}$, נוסיף ל-V' עוד ועוד קודקודים חדשים ונגדיל לכל קודקוד שמוסיפים את k ב-1, נחברם (ב-E') לכל שאר קודקודי הגרף, ונעשה זאת עד שנגיע למצב בו $k = \frac{|V'|}{2}$, ואז נחזיר את G'.
- אם $k > \frac{|V|}{2}$, נוסיף ל-V' עוד ועוד קודקודים שלא יהיו מחוברים לאף קודקוד אחר, עד שנגיע למצב בו $k = \frac{|V'|}{2}$, ואז נחזיר את G'.

נכונות:

תחילה, ברור כי $E \in NP$. הפונקציה f חשיבה ופולינומיאלית על גודל הקלט – גם טרוויאלי. נציין כי G' המוחזר תמיד יהיה בעל מספר צמתים זוגי, כיוון שהוא מוחזר רק כאשר $k = \frac{|V|}{2}$ עבור k טבעי כלשהו.

יהי זוג סדור $< G,k >$:

- אם $k=\frac{|V|}{2}$, אזי אם $< G,k > \in Clique$, קיים *clique* בגודל $\frac{|V|}{2}$ ב-G, ולכן גם ב-G' $\Leftarrow$ $G' \in E$. אם $< G,k > \notin Clique$, אז לכל היותר קיים ב-G *clique* בגודל $\frac{|V|}{2}-1 < \frac{|V|}{2}$ $k-1=$, ולכן גם ב-G' $\Leftarrow$ $G' \notin E$.
- אם $k<\frac{|V|}{2}$, אזי אם $< G,k > \in Clique$, קיים *clique* בגודל קטן מ-$\frac{|V|}{2}$ ב-G. כיוון שאנו מגדילים את $\frac{|V|}{2}$ וגם את k באחד בכל הוספת קודקוד, ברור כי בנקודה כלשהי נגיע ל-$k=\frac{|V|}{2}$. כעת, כל קודקוד שאנו מוסיפים, אנו מגדילים את גודל ה-*clique* ב-1 (כי הוא מחובר לכל קודקודי הגרף, בפרט לקודקודי ה-*clique* המקורי שגודלו k ההתחלתי ב-G), ולכן אנו מגדילים גם את k ב-1. כך, כאשר נגיע ל-$k=\frac{|V|}{2}$, יהיה לנו ב-G' *clique* שגודלו k, כלומר חצי ממספר הצמתים $\Leftarrow$ $G' \in E$.
  אם $< G,k > \notin Clique$, אז לכל היותר קיים ב-G *clique* בגודל $k-1$, ולכן בתום האלגוריתם ב-G' יהיה לכל היותר *clique* שגודלו $\frac{|V|}{2}-1 < \frac{|V|}{2}$ $\Leftarrow$ $G' \notin E$.
- המקרה בו $k>\frac{|V|}{2}$ דומה למקרה הקודם, רק שכדי להביא את k להיות שווה למחצית כמות הצמתים, נצטרך להגדיל את כמות הצמתים מבלי להגדיל את גודל ה-*clique* המקסימלי או את ערך k. כך, אם $< G,k > \in Clique$ אז ב-G' יש *clique* בגודל מחצית כמות הצמתים, ואם $< G,k > \notin Clique$, אז לא.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$Clique \in NPC$, אזי גם $\boldsymbol{E \in NPC}$.

(*f*

טענה: $\boldsymbol{F \in NPC}$:

נראה רדוקציה פולינומיאלית $VC \le_p F$.

נגדיר f שבהינתן זוג סדור $< G,k >$ - גרף לא מכוון $G=\{V,E\}$ ומספר טבעי k, מחזיר את הקלט $< S, A_1, \dots, A_m, k >$, כאשר:

תהי פונקציה שרירותית כלשהי $C: V \to \{1,\dots,n\}$ חח״ע ועל, שבהינתן $v \in V$ מחזירה לו מספר טבעי כלשהו מ-1 עד n.

- S היא קבוצת המספרים הטבעיים 1 עד n כאשר $n=|V|$.
- $m=|E|, \forall 1 \le i \le m: A_i=\{C(u),C(v)\}, where\ (u,v) \in E$.
- k

נכונות:

תחילה, ברור כי $F \in NP$. הפונקציה f חשיבה – טרוויאלי. הפונקציה היא כמו כן פולינומיאלית לגודל הקלט, כיוון שמתבצע מעבר אחד על קבוצת הקודקודים ועל קבוצת הקשתות.

נניח כי $< G,k > \in VC$. לכן, קיימת קבוצה בגודל לכל היותר k של קודקודים מ-V, שכל הקשתות היוצאות מהם הן כל קשתות הגרף G. לפיכך, קבוצת המספרים המתאימה לקבוצת הקודקודים הזו, שגודלה לכל היותר k, תכיל לפחות מספר אחד מכל אחת מתתי הקבוצות A_i. לכן, $f(< G,k >) \in F$.

נניח כי $< G,k > \notin VC$. לכן, לכל הפחות תהיה ב-G קבוצת קודקודים מ-V המהווה VC ב-G, שגודלה $k+1$. לפיכך, הקבוצה C הקטנה ביותר שתקיים את התנאי הנדרש $\forall i: C \cap A_i \neq \emptyset$, תהיה בגודל $k+1$ לכל הפחות (מאותו הסבר). לכן $f(< G,k >) \notin F$.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$VC \in NPC$, גם $\boldsymbol{F \in NPC}$.

(g)

טענה: $\boldsymbol{G \in P}$:

הפתרון הוא טרוויאלי, כלומר לכל $\varphi \in 3-CNF$ ניתן להגיד שהיא שייכת לקבוצה G. הסיבה לכך היא: נניח כי קיימת φ כלשהי עבורה אין הצבה מקבלת עבור לפחות מחצית הפסוקיות. אם כן, ניקח הצבה כלשהי עבור משתניה, והיא הצבה שאינה מקבלת עבור מחצית הפסוקיות (לפי הנחה). נעבור בזמן פולינומיאלי (לינארי) על כל הפסוקיות שקיבלו F בהצבה זו (יתכנו פסוקיות שקיבלו T). לפי ההנחה, מספר הפסוקיות האלה הן יותר ממחצית מספר הפסוקיות הכולל ב-φ. עבור כל הליטרלים המופיעים בפסוקיות שקיבלו F, ניקח הצבה חדשה בה כל הליטרלים יקבלו ערך הפוך מההצבה הקודמת. למשל, עבור הפסוקית $(a \vee \bar{b} \vee c)$ המקבלת F עבור $a=F, b=T, c=F$, בהצבה החדשה נציב $a=T, b=F, c=T$. לפיכך, בהצבה החדשה כל הפסוקיות שקיבלו קודם F, יקבלו ע"י לפחות אחד הליטרלים T (לא משנה מה קורה עם הפסוקיות שקיבלו קודם T). לכן, בהצבה החדשה יהיו לפחות מחצית הפסוקיות T, בסתירה להנחה. לפיכך $\forall \varphi \in 3-CNF: \varphi \in G$.

(4)

נראה רדוקציה פולינומיאלית $3-col \leq_p k-col$.

נגדיר f כך שלכל $G \in 3-col \Leftrightarrow f(G) = G' \in k-col$. עבור G גרף לא מכוון כלשהו, נחזיר את G' המוגדר כך:

הקודקודים ב-G' יהיו כל הקודקודים ב-G, בתוספת k-3 קודקודים חדשים, וכל קודקוד חדש שמכניסים יהיה מחובר לכל קודקודי הגרף.

נכונות:

הפונקציה f חשיבה – ברור. כמו כן, f פולינומיאלית לגודל הקלט G כיוון שמתבצעת הוספה של k-3 קודקודים לגרף וחיבור $O(k \cdot |V|)$ קשתות חדשות. בנוסף, ברור כי $k-col \in NP$.

נניח כי $G \in 3-col$. אזי ניתן לצבוע G ב-3 צבעים שונים. נוכיח באינדוקציה על מספר הקודקודים המוספים n:

עבור $n=0$: מיידי. נניח נכונות עבור $n=m$, נוכיח נכונות עבור $n=m+1$. לפי הנחה, הצביעה המינימלית הקיימת ב-G' היא של $m+3$ צבעים. תחת צביעה זו, נוסיף קודקוד נוסף ונחברו לכל הקודקודים האחרים. אם נצבע אותו באחד מ-$m+3$ הצבעים הקיימים, כיוון שמחובר לכל קודקודי הגרף, יהיה לפחות קודקוד אחד בצבע שלו המקושר אליו ישירות בקשת, ולכן נזדקק לצבע נוסף, ומכאן סה"כ הצביעה המינימלית תהיה $m+4$.

מכאן, שהצביעה המינימלית של G' תהיה $k = 3 + k - 3$, כנדרש. לפיכך $G' \in k-col$.

נניח כי $G \notin 3-col$. אזי הצביעה המינימלית האפשרית ב-G היא r, כאשר $r > 3$. כמו שהוכח בחלק הקודם, הצביעה המינימלית של G' תהיה $r + k - 3 > k$, ולכן $G' \notin k-col$.

$\Leftarrow$ כיוון ש-$3-col \in NPC$, אזי $k-col \in NPC$.

(5)

$$coNPC = \{L \mid L \in coNP, \forall L' \in coNP: L' \leq_p L\}$$

תהי $L \in NPC$, אזי לכל $A \in NP$ מתקיים $A \leq_p L$, ולכן לכל A קיימת f_A כך ש-$x \in A \Leftrightarrow f_A(x) \in L$, ולכן מתקיים גם כי $x \notin A \Leftrightarrow f_A(x) \notin L$, כלומר $x \in \bar{A} \Leftrightarrow f_A(x) \in \bar{L}$. כיוון שלכל-$A \in NP$ מתקיים כי $\bar{A} \in coNP$, אז לכל $\bar{A}$ ניתן להגדיר $f_{\bar{A}} \coloneqq f_A$ ולפיכך רדוקציה $\forall \bar{A} \in coNP: \bar{A} \leq_p \bar{L}$. לכן $\bar{L} \in coNPC$, כנדרש.

(6)

טענה: התשובה הנכונה היא (d):

תחילה נוכיח כי $HALT$ עונה על הקריטריונים של L. בשאלה (2) סעיף a הוכח כי $HALT \in NP - hard$. ניתן לבצע רדוקציה דומה לרדוקציה שנעשתה שם, אך במקום מ-$3SAT$, לבצעה מ-$\overline{3SAT}$, כאשר השינוי ב-f יהיה:

- בהגדרת $prog$, אם מגיעה להצבה מקבלת ב-φ, הרץ את $loopy()$ (במקום להחזיר T).
- אם לא מצאה הצבה מקבלת, תחזיר T (במקום להריץ את $loopy()$).

נכונות רדוקציה זו ברורה, ומרדוקציה זו עולה כי $\overline{3SAT} \leq_p HALT$, וכיוון ש-$\overline{3SAT} \in coNPC$, אזי $HALT \in coNP - hard$. לפיכך, $HALT$ עונה על הקריטריונים של L.

א. שלילת סעיף (a): קיימת לנו L כנתון ($HALT$ למשל), והרי ברור כי $NP \neq coNP$. למשל, נקח את הבעיה $3SAT$. בעיה זו היא ב-NP, אך ברור שאינה ב-$coNP$, אחרת הבעיה $\overline{3SAT}$ היתה ב-NP, ואם זה היה נכון, אז היה ניתן לפתור אותה בזמן פולינומיאלי עם רמז באורך פולינומיאלי לגודל ϕ (הקלט). ברור שבכדי להגיד על ϕ כלשהי שלא קיימת לה הצבה מקבלת, נזדקק לרמז (עדות) באורך אקספוננציאלי לגודל ϕ, ולכן $3SAT$ היא דוגמא לבעיה שנמצאת ב-NP ולא ב-$coNP$, ולכן $NP \neq coNP$.

ב. שלילת סעיף (b): בתרגול הוכח כי הבעיה $IS \oplus Clique \in NP - hard, coNP - hard$, והרי ברור שבעיה זו כריעה, שכן $IS, Clique \in NPC$, ולכן שתיהן כריעות, ולכן ניתן לבצע בדיקה על כל קלט האם הוא שייך לאחת מהקבוצות האלה בלבד. לכן יתכן מצב ש-$L \in R$, ולכן סעיף זה לא נכון.

ג. שלילת סעיף (c): כיוון שהראנו כי $HALT \in NP - hard, coNP - hard$, אזי גם $\overline{HALT} \in NP - hard, coNP - hard$, ולכן גם היא עונה על התנאים של L, וברור כי $\overline{HALT} \notin RE$, שהרי $\overline{HALT} \in coRE/R$.

$\Leftarrow$ סעיף (d) הוא הנכון.