

סמסטר ב' מועד א' תשס"ט  
תאריך הבחינה: 29.06.09

## מבחן בלוגיקה למדעי המחשב

המרצה: פרופ' ארנון אברון

- משך הבחינה 3 שעות.
- אין להשתמש בחומר עזר.
- בחלק א' חובה לענות על כל השאלות. בחלק ב' עליכם לבחור שתיים מתוך שלוש שאלות.

בהצלחה!

## חלק א'

יש לענות על שתי השאלות הבאות.

1. נתונה שפה מסדר ראשון עם שיוויון הכוללת כדיוק שני סימני פונקציה דו-מקומיים, סימן יחס חד-מקומי אחד וקבוע אחד. הנח שהתחום מורכב מיצורים.

(א) הצרן בשפה הנ"ל את הטענות הבאות: ✓

i. אם מזווגים יצור א' עם יצור ב', ואת התוצאה מזווגים עם יצור ג', אז מה שמתקבל זהה לתוצאת הזיווג של יצור א' עם תוצאת השידוך של יצור ב' עם יצור ג'.

ii. זרדסבא הוא יצור כחול, אך תוצאת הזיווג שלו עם תוצאת השידוך שלו עם עצמו אינה כחולה.

iii. קיימים יצורים כחולים שתוצאת הזיווג שלהם אינה כחולה.

(ב) קבע האם טענה (iii) נובעת לוגית מטענות (i), (ii).  
אם כן - הוכח בעזרת דדוקציה טבעית אך בעזרת משפט הרברנד.  
אם לא - הפרך על ידי דוגמא נגדית. ✓

2. תהיינה  $A, B$  נוסחאות כלשהן בלוגיקה מסדר ראשון.

הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

(א)  $\forall A$  טרספיקה אם"ם  $\forall A$  טרספיקה. ✓

תזכורת:  $\forall \varphi$  מסמן סגור אוניברסלי של  $\varphi$ .

(ב) אם  $\forall A$  שקול לוגית ל- $\forall B$ , אז  $A$  שקולה לוגית ל- $B$ . ✓

(ג) אם  $A, B$  פסוקים אז  $A \wedge B$  ספיקה אם"ם  $Sk(A) \wedge Sk(B)$  ספיקה, כאשר  $Sk(A), Sk(B)$  - שני פסוקים המתקבלים על ידי סקולמיזציה של  $A$  ו- $B$  בהתאמה (במידה והוספו קבועים וסימני פונקציה, יש להניח שהם כולם שונים). ✓

(ד)  $A$  תקפה אם"ם  $\forall A$  נכון בכל מבנה הרברנד עבור השפה של  $A$  (הנח כי השפה מכילה לפחות קבוע אחד). ✓

חלק ב'

יש לענות על שתיים מתוך שלוש השאלות הבאות.

3 תזכורת: פסוק נקרא יישי אם הוא מהצורה  $\exists x_1 \dots \exists x_n A$  כאשר  $A$  היא נוסחה חסרת כמתים. הוכח: אם  $T$  תורה אוניברסלית בשפה עם קבוע  $\varphi$  ופסוק יישי באותה שפה אז  $T \vdash_{FOL} \varphi$  אם ורק אם קיים פסוק  $\psi$  כך ש- $T \vdash_{FOL} \psi$  ו- $\psi$  הינו דיסיונקציה של אינסטנציות סגורות של המטריצה של  $\varphi$ .

4 נגדיר שתי לוגיקות תלת-ערכיות  $L_3, L'_3$  בצורה הבאה:  $S = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ . קבוצת ערכי האמת:  $S = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ . קבוצת ערכי האמת המצוינים (designated) ב- $L_3$  היא  $D = \{1\}$ , וקבוצת ערכי האמת המצוינים ב- $L'_3$  היא  $D = \{\frac{1}{2}, 1\}$ . פונקציות האמת של הקשרים  $\neg, \vee$  מוגדרות לכל  $a, b \in S$  באופן הבא:

$$\neg^*(a) = 1 - a$$

$$\vee^*(a, b) = \max(a, b)$$

הקשר  $\rightarrow$  מוגדר באמצעות הקשרים  $\neg, \vee$  ע"י  $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ . יהיו  $A, B$  נוסחאות ו- $T$  תורה. הוכח או הפרך את הטענות הבאות:

.  $A, A \rightarrow B \vdash_{L_3} B$  (א) ✓

.  $A, A \rightarrow B \vdash_{L'_3} B$  (ב) ✓

.  $T \vdash_{L_3} A \rightarrow B$  אז  $T, A \vdash_{L_3} B$  (ג) ✓

.  $T \vdash_{L'_3} A \rightarrow B$  אז  $T, A \vdash_{L'_3} B$  (ד) ✓

5 המערכת  $NDFOL'$  מתקבלת מהמערכת  $NDFOL$  ע"י החלפת הכללים  $(\neg E), (\neg I)$  בכלל הבא:

$$\frac{\Gamma, \neg A \Rightarrow B \quad \Gamma, \neg A \Rightarrow \neg B}{\Gamma \Rightarrow A}$$

הוכח כי המערכת  $NDFOL'$  שקולה למערכת  $NDFOL$ , כלומר,  $T \vdash_{NDFOL} A \Leftrightarrow T \vdash_{NDFOL'} A$ .

- בהצלחה! -

1 אקסיומות של HPC:

- a) (I1)  $(A \rightarrow (B \rightarrow A))$
- b) (I2)  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- c) (N1)  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A)$
- d) (N2)  $\neg\neg A \rightarrow A$
- e) (C1)  $A \wedge B \rightarrow A$
- f) (C2)  $A \wedge B \rightarrow B$
- g) (C3)  $A \rightarrow (B \rightarrow A \wedge B)$
- h) (D1)  $A \rightarrow A \vee B$
- i) (D2)  $B \rightarrow A \vee B$
- j) (D3)  $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$

2

$$(i) \forall x(B \rightarrow A) \rightarrow (\exists x B \rightarrow A)$$

$$(ii) \forall x(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \forall x B)$$

כאשר  $x \notin FV(A)$

3

$$(i) \forall x A \rightarrow A\{t/x\}$$

$$A\{t/x\} \rightarrow \exists x A$$

כאשר  $t$  חופשי להצבה במקום  $x$  ב- $A$ .

4 כללי היסק:

$$\frac{A \quad A \rightarrow B}{B} (MP) \quad \frac{A}{\forall x A} (Gen)$$

The system NDFOL:

$$(ax) \{A\} \cup \Gamma \Rightarrow A$$

$$\frac{\Gamma_1 \Rightarrow A \quad \Gamma_2 \Rightarrow B}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \Rightarrow A \wedge B} (\wedge I) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}{\Gamma \Rightarrow B} (\wedge E_1) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow A \wedge B}{\Gamma \Rightarrow A} (\wedge E_2)$$

$$\frac{\Gamma \cup \{A\} \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \rightarrow B} (\rightarrow I) \quad \frac{\Gamma_1 \Rightarrow A \quad \Gamma_2 \Rightarrow A \rightarrow B}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \Rightarrow B} (\rightarrow E)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A}{\Gamma \Rightarrow A \vee B} (\vee I_1) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow B}{\Gamma \Rightarrow A \vee B} (\vee I_2) \quad \frac{\Gamma_1 \Rightarrow A \vee B \quad \{A\} \cup \Gamma_2 \Rightarrow C \quad \{B\} \cup \Gamma_3 \Rightarrow C}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \Rightarrow C} (\vee E)$$

$$\frac{\{A\} \cup \Gamma_1 \Rightarrow B \quad \{A\} \cup \Gamma_2 \Rightarrow \neg B}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \Rightarrow \neg A} (\neg I) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \neg\neg A}{\Gamma \Rightarrow A} (\neg\neg E)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A\{y/x\}}{\Gamma \Rightarrow \forall x A} (**)(\forall I) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \forall x A}{\Gamma \Rightarrow A\{t/x\}} (*)(\forall E)$$

$$\frac{\Gamma \Rightarrow A\{t/x\}}{\Gamma \Rightarrow \exists x A} (*)(\exists I) \quad \frac{\Gamma \Rightarrow \exists x A \quad \Gamma, A\{y/x\} \Rightarrow C}{\Gamma \Rightarrow C} (**)(\exists E)$$

(\*) -  $t$  is free for  $x$  in  $A$

(\*\*) -  $y$  is free for  $x$  in  $A$  and does not occur free in  $\Gamma \cup \{\exists x A, C\}$

מחברת מס' \_\_\_\_\_  
מתוך \_\_\_\_\_ מחברות

42

**הוראות לנבחנים ולנבחנות (נכתבו בלשון זכר אך נועדו לשני המינים)  
לפני התחלת הבחינה מלא את כל הפרטים הבאים בכתב ברור וקרא בעיון את ההוראות:**

124 הנך נדרש לשמור על טוהר הבחינה ועל עבודה עצמית ולהישמע להוראות המשגיחים ולנהלי האוניברסיטה. אין להעתיק, אין לדבר ואין להעביר חומר בין הנבחנים.

**נבחן הנוהג בניכוד להוראות צפוי להפסקת בחינתו ולהעמדה לדין משמעתי.**

2 על הנבחן להבחן בחדר שבו הוא רשום.

3 אין להחזיק **טלפונים ניידים** או אמצעי תקשורת ומכשירים אלקטרוניים כלשהם בזמן הבחינה. על הנבחן להניח את כל חפציו האישיים בצד החדר הרחק ממקום מושבו.

4 אין להחזיק בהישג יד, בחדר הבחינה או בסמוך לו, כל חומר הקשור לבחינה או לקורס פרט לחומר שהשימוש בו הותר בכתב על ידי המורה.

5 קריאת השאלון מותרת רק לאחר קבלת רשות מהמשגיח.

6 נבחן לא יעזוב את מקומו ולא את חדר הבחינה בטרם סיים את הבחינה ללא קבלת רשות מהמשגיח. בעת יציאה מן החדר, יפקיד הנבחן את מחברות הבחינה והשאלון (טופס הבחינה) בידי המשגיח.

7 נבחן שנכנס לחדר הבחינה וקיבל את השאלון לידיו, לא יהא רשאי לעזוב אותו אלא כעבור חצי שעה לפחות ממועד תחילתה ורק לאחר שיחזיר למשגיח את המחברת **ואת השאלון**, ויקבל ממנו את התעודה המזהה שאותה מסר עם כניסתו לכיתה. נבחן שהחליט לעזוב בלי לכתוב את הבחינה ייחשב כמי שנבחן במועד זה וציונו יהיה "0".

8 אין לכתוב את השם או כל פרט מזהה אחר בתוך המחברת. פרטי הנבחן ימולאו על כריכת המחברת במקום המיועד לכך בלבד.

9 אין לתלוש דפים מהמחברת. טיטה תיכתב בתוך המחברת בלבד. אין להשתמש בדפים שהביא הנבחן.

10 יש לכתוב את התשובות בעט כחול או שחור, בכתב יד ברור ונקי. בתום הבחינה יחזיר הנבחן את המחברת והשאלון ויקבל מיד המשגיח את התעודה המזהה.

**11. אין לכתוב מעבר לקו האדום משני צידי הדף.**

בהצלחה.

תאריך הבחינה 29/6/09  
שם הקורס מאקו למצט"ה  
שם המורה פיני' אילני זארון  
החוג/המגמה מס' המחקר



לשימוש המורה הבוחן:

הציון 91  
המחברת נבדקה ביום \_\_\_\_\_  
חתימת המורה אילני זארון

11309

---

24 (1)

25 (2)

..



$\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(d, \text{mate}(d, d)))$  sh  $\forall x A_1$  -c pnc (sp) p(1)  
 $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$  : (2)  $\forall x A_2$  ;  $\forall x A_3$  -c pnc (sp) p(1)  
 : (3)  $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$  sh  $\forall x A_3$  -c pnc .  
 $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d)) \Leftarrow \forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$   
 $\forall x \neg \text{blue}(d) \Leftarrow \forall x \text{blue}(d)$   
 $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(d, d)) \Leftarrow \forall x \text{blue}(\text{mate}(d, d))$

-c pnc,  $\forall x A_3 \Leftarrow$

(2)  $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$  sh  $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$  T\* pnc  
 $\square$  : (3)  $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$  sh  $\forall x \neg \text{blue}(\text{mate}(\text{mate}(d, d), d))$  -c



MATH 101 HOMEWORK 10



(2) (1)  $\forall x \in A \Rightarrow \exists y \in B$  ;  $\exists y \in B \Rightarrow \forall x \in A$  (הוכחה)

הוכחה:

נתון:  $A$  תחביר,  $B = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  קבוצה,  $\forall x \in A$  קיים  $x \in B$ .  
 $\forall x \in A \Rightarrow \exists y \in B$

(1) הוכחה:  $\forall x \in A \Rightarrow \exists y \in B$ , אז קיים תפקיד  $M$  בין  $A$  ל- $B$  שמתקיים  $\forall x \in A, \exists y \in B, M(x,y)$ .

נניח:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ . נשקף:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ .  
נניח:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ . נשקף:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ .

נניח:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ . נשקף:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ .  
נניח:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ . נשקף:  $M(x,y) \Rightarrow \exists z \in B, z \neq y$ .

(2)  $\forall x \in A \Rightarrow \exists y \in B$  ו- $\forall y \in B \Rightarrow \exists x \in A$  : הוכחה לא ניתנה.  
 $A = \{x=c\}, B = \{y=c\}$  כאשר  $c$  קבוע.

$x, y$  שונים.  $\forall x \in A \Rightarrow \exists y \in B$  ו- $\forall y \in B \Rightarrow \exists x \in A$ .  
 $\forall x \in A \Rightarrow \exists y \in B$  ו- $\forall y \in B \Rightarrow \exists x \in A$ .

יש לראות:  $(x=c) \equiv (y=c)$  :  $A \equiv B$ .  
תפקידים:  $I[C] = a, I[D] = \{a, b\}, D = \{a, b\}$ .  
 $\forall x \in A, \exists y \in B$  ו- $\forall y \in B, \exists x \in A$ .  
 $M(x,y) \Rightarrow (x=c) \equiv (y=c)$  :  $A \equiv B$ .  
אז  $A \equiv B$ .

על מנת להוכיח  $\text{Sk}(A) \wedge \text{Sk}(B) \Leftrightarrow \text{Sk}(A \wedge B)$  (6)

הוכחה:  $\Rightarrow$  נניח  $\text{Sk}(A) \wedge \text{Sk}(B)$  נניח  $x \in A \wedge B$

אז  $x \in A$  ו- $x \in B$ . מכיוון ש- $\text{Sk}(A)$  ו- $\text{Sk}(B)$  נקיים, אז  $x \in A$  ו- $x \in B$  נקיים.

לכן  $x \in A \wedge B$ . מכיוון ש- $x$  היה אקראי, נקיים  $\text{Sk}(A \wedge B)$ .

הוכחה:  $\Leftarrow$  נניח  $\text{Sk}(A \wedge B)$ . נניח  $x \in A$ . נניח  $y \in B$ .

אז  $x \wedge y \in A \wedge B$ . מכיוון ש- $\text{Sk}(A \wedge B)$  נקיים, אז  $x \wedge y$  נקיים.

לכן  $x \in A$  ו- $y \in B$  נקיים. מכיוון ש- $x$  ו- $y$  היו אקראיים, נקיים  $\text{Sk}(A)$  ו- $\text{Sk}(B)$ .

לכן  $\text{Sk}(A) \wedge \text{Sk}(B)$ .

הוכחה:  $\Leftarrow$  נניח  $\text{Sk}(A)$  ו- $\text{Sk}(B)$ . נניח  $x \in A$  ו- $y \in B$ .

אז  $x \in A$  ו- $y \in B$  נקיים. מכיוון ש- $\text{Sk}(A)$  ו- $\text{Sk}(B)$  נקיים, אז  $x \in A$  ו- $y \in B$  נקיים.

לכן  $x \wedge y \in A \wedge B$ . מכיוון ש- $x$  ו- $y$  היו אקראיים, נקיים  $\text{Sk}(A \wedge B)$ .

$$A \wedge B = \exists y (\varphi \wedge B) \equiv \exists y (\varphi \wedge B)$$

$$\text{Sk}(A \wedge B) = \text{Sk}(\exists y (\varphi \wedge B)) = \exists y (\text{Sk}(\varphi \wedge B))$$

מכיוון ש- $\text{Sk}(A)$  ו- $\text{Sk}(B)$  נקיים, אז  $\text{Sk}(\varphi \wedge B)$  נקיים.

לכן  $\text{Sk}(A \wedge B)$  נקיים.

$$\text{Sk}(A \wedge B) = \text{Sk}(\exists y (\varphi \wedge B)) = \exists y (\text{Sk}(\varphi \wedge B))$$

מכיוון ש- $\text{Sk}(A)$  ו- $\text{Sk}(B)$  נקיים, אז  $\text{Sk}(\varphi \wedge B)$  נקיים.

לכן  $\text{Sk}(A \wedge B)$  נקיים.

הוכחה:  $\Leftarrow$  נניח  $\text{Sk}(A \wedge B)$ . נניח  $x \in A$  ו- $y \in B$ .

$$A = \forall x_1 \dots \forall x_n \exists y \varphi$$

$$A \wedge B = \forall x_1 \dots \forall x_n \exists y \varphi \wedge B \equiv \forall x_1 \dots \forall x_n \exists y (\varphi \wedge B)$$

$$\text{Sk}(A) \wedge \text{Sk}(B) = \text{Sk}(\forall x_1 \dots \forall x_n \exists y \varphi) \wedge \text{Sk}(B) = \forall x_1 \dots \forall x_n \exists y \text{Sk}(\varphi) \wedge \text{Sk}(B)$$

$$\equiv \forall x_1 \dots \forall x_n (\exists y \text{Sk}(\varphi) \wedge \text{Sk}(B))$$

$$\equiv \forall x_1 \dots \forall x_n \exists y (\text{Sk}(\varphi) \wedge \text{Sk}(B))$$

$$\equiv \text{Sk}(\forall x_1 \dots \forall x_n \exists y (\varphi \wedge B)) = \text{Sk}(A \wedge B)$$

לכן  $\text{Sk}(A) \wedge \text{Sk}(B) \Leftrightarrow \text{Sk}(A \wedge B)$ .



(2)  $M(L) \models \forall A \Leftrightarrow (M \models A \text{ : } M \text{ is a model of } L)$

המשפט (2) מראה כי  $M(L)$  הוא מודל של  $L$  אם ורק אם  $M$  הוא מודל של  $L$

אם  $M$  הוא מודל של  $L$  אז  $M(L)$  הוא מודל של  $L$  כי לכל נוסחה  $A$  של  $L$  מתקיים  $M \models A$  ולכן  $M(L) \models A$

אם  $M(L)$  הוא מודל של  $L$  אז  $M$  הוא מודל של  $L$  כי לכל נוסחה  $A$  של  $L$  מתקיים  $M(L) \models A$  ולכן  $M \models A$

$\forall A = \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$  נוסחה של  $L$  ולכן  $M(L) \models \forall A$

המודל  $M_1(L) = \langle \{c\}, I_1 \rangle$  הוא מודל של  $L$  כי לכל נוסחה  $A$  של  $L$  מתקיים  $M_1 \models A$

לכן  $M_1(L) \models \forall A$  ולכן  $M_1$  הוא מודל של  $L$

$I_1 \models p \} \{c\}$

המודל  $M_2(L) = \langle \{c\}, I_2 \rangle$  אינו מודל של  $L$  כי  $M_2 \not\models \forall A$

$I_2 \models p \} \emptyset$

$M_1(L) \models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$  כי לכל  $x, y \in \{c\}$  מתקיים  $M_1 \models p(x) \vee \neg p(y)$

אם  $x = y = c$  אז  $M_1 \models p(c) \vee \neg p(c)$  ולכן  $M_1 \models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$

אם  $x = c, y \notin \{c\}$  אז  $M_1 \models \neg p(y)$  ולכן  $M_1 \models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$

אם  $x \notin \{c\}, y = c$  אז  $M_1 \models p(x)$  ולכן  $M_1 \models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$

אם  $x, y \notin \{c\}$  אז  $M_1 \models \neg p(y)$  ולכן  $M_1 \models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$

לכן  $M_1(L) \models \forall A$

המודל  $M_2(L) = \langle \{c\}, I_2 \rangle$  אינו מודל של  $L$  כי  $M_2 \not\models \forall A$

$M_2 \not\models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$  כי  $M_2 \models p(c)$  ו- $M_2 \models \neg p(c)$  ולכן  $M_2 \not\models p(c) \vee \neg p(c)$

$\Rightarrow M_2 \not\models \forall x \forall y (p(x) \vee \neg p(y))$

לכן  $M_2$  אינו מודל של  $L$

(5) כל הנובע מ-NDPOLL, הנובע מ-NDPOLL, (7E), (7I)  
 NDFOC - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)  
 NDFOC - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)  
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)  
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)  
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)

$\Gamma, \neg A, \Gamma \Rightarrow \emptyset$        $\neg A, \Gamma \Rightarrow \neg B$        $\neg B$   
 (7I) כל הנובע מ- $\Gamma \cup \Gamma \Rightarrow \neg A$   
 $\Gamma \cup \Gamma \Rightarrow \neg A$        $\Gamma \Rightarrow \neg A$   
 (7E) כל הנובע מ- $\Gamma \Rightarrow A$   
 $\Gamma \Rightarrow \neg A$        $\Gamma \Rightarrow A$        $\Gamma \Rightarrow \neg A$        $\Gamma \Rightarrow A$   
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7E)  
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7E)



$\Gamma, \neg A \Rightarrow \neg A$        $\Gamma, \neg A \Rightarrow \neg A$        $\Gamma \Rightarrow A$       (7\*) כל הנובע מ- $\Gamma \Rightarrow A$   
 $\Gamma, A \Rightarrow B$ ,  $\Gamma_2, A \Rightarrow \neg B$        $\Gamma_1, A \Rightarrow B$        $\Gamma_2, A \Rightarrow \neg B$       (7I) כל הנובע מ- $\Gamma_1, \Gamma_2, A \Rightarrow B$   
 $\Gamma_1, \Gamma_2, A \Rightarrow B$        $\Gamma_1, \Gamma_2, A \Rightarrow \neg B$        $\Gamma_1, \Gamma_2, A \Rightarrow B$        $\Gamma_2, A \Rightarrow \neg B$       (7E)  
 $\Gamma_1, \Gamma_2, A \Rightarrow \neg B$        $\Gamma_2, A \Rightarrow \neg B$       (7I)  
 $\Gamma_1, \Gamma_2, \neg A \Rightarrow B$        $\Gamma_2, \neg A \Rightarrow \neg B$       (7E)  
 $\Gamma_1, \Gamma_2, \neg A \Rightarrow B$        $\Gamma_1, \Gamma_2, \neg A \Rightarrow \neg B$   
 (7\*) כל הנובע מ- $\Gamma_1, \Gamma_2, \neg A \Rightarrow \neg A$   
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)



כל הנובע מ-NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)  
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)  
 NDFOC\* - כל הנובע מ-NDFOC\* (7\*)



(2)  $T$  היא תורת פורמלית  $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

$\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

הוא קבוצת הקבוצות  $\{d_1, \dots, d_k\}$   $k \geq 1$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

$\Psi_i = A \{ \frac{d_{i1}}{x_1}, \dots, \frac{d_{in}}{x_n} \}$   $\Psi_i$  היא פונקציה  $\Psi_i: L \rightarrow L$

$\Psi = \bigvee_{i=1}^k \Psi_i$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

$M \models \exists x_1 \dots \exists x_n A$   $M \models \Psi$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

" $M \models A \{ \frac{a_1}{x_1}, \dots, \frac{a_n}{x_n} \}$ "  $(M = \langle D, \mathcal{I} \rangle)$   $a_1, \dots, a_n \in D$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

הוא קבוצת הקבוצות  $\{d_1, \dots, d_k\}$   $k \geq 1$   $\Psi$  היא פונקציה  $\Psi: L \rightarrow L$

(4) (א) הטענה :  $A, A \rightarrow B \models B$  (ב)  $v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B)$

$v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B)$   $v(A) = 1$   $v(B) = 1$   $v(A \rightarrow B) = 1 - 1 \vee 1 = 0$

$v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B)$   $v(A) = 0$   $v(B) = 1$   $v(A \rightarrow B) = 1 - 0 \vee 1 = 1$

$v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B)$   $v(A) = 1$   $v(B) = 0$   $v(A \rightarrow B) = 1 - 1 \vee 0 = 0$

$v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B)$   $v(A) = 0$   $v(B) = 0$   $v(A \rightarrow B) = 1 - 0 \vee 0 = 1$

(2) הטענה :  $A, A \rightarrow B \models B$  (א)  $v(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}, v(B) = \frac{1}{2}$

$v(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}, v(B) = \frac{1}{2}$   $v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B) = 1 - \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$v(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}, v(B) = \frac{1}{2}$   $v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B) = 1 - \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$v(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}, v(B) = \frac{1}{2}$   $v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B) = 1 - \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$v(A \rightarrow B) = \frac{1}{2}, v(B) = \frac{1}{2}$   $v(A \rightarrow B) = 1 - v(A) \vee v(B) = 1 - \frac{1}{2} \vee \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

אם  $A$  ו- $B$  נכונים  
אם  $A$  נכון ו- $B$  לא נכון  
אם  $A$  לא נכון ו- $B$  נכון  
אם  $A$  ו- $B$  לא נכונים



הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$  (הוכחה ישירה)

אם  $\neg B$  אז  $\neg A$  (כי אחרת  $A \rightarrow B$  יתפרש כ-0)

אם  $\neg A$  אז  $\neg B$  (כי  $A \rightarrow B$  יתפרש כ-1)

לכן  $\neg B \rightarrow \neg A$  (כי  $\neg B$  או  $\neg A$  יתפרש כ-1)

$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

**הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)**

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

**!/0!**

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

$\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg \neg A \rightarrow \neg \neg B)$  (הוכחה ישירה)

הוכחה ישירה

הוכחה ישירה