

## לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 5

1. הוכח במערכת  $NDC$ :

- (א)  $\vdash_{NDC} (\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg(A \wedge B)$   
 (ב)  $\vdash_{NDC} A \rightarrow (B \rightarrow A)$   
 (ג)  $\vdash_{NDC} A \rightarrow (A \vee B)$   
 (ד)  $\vdash_{NDC} ((A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)) \rightarrow (A \vee C) \rightarrow (B \vee D)$   
 (ה)  $\vdash_{NDC} (((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C))$   
 (ו)  $\vdash_{NDC} ((A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$

2. המערכת  $NDI$  מתקבלת מ- $NDC$  ע"י החלפת הכלל:  $\frac{\Gamma \Rightarrow \neg\neg A}{\Gamma \Rightarrow A}$  בכלל:  $\frac{\Gamma_1 \Rightarrow A \quad \Gamma_2 \Rightarrow \neg A}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \Rightarrow B}$ . הוכח:

- (א)  $\vdash_{NDI} A \rightarrow \neg\neg A$   
 (ב)  $\vdash_{NDI} \neg\neg(\neg\neg A \rightarrow A)$   
 (ג)  $\neg\neg(A \rightarrow B), \neg\neg A \vdash_{NDI} \neg\neg B$   
 (ד)  $\vdash_{NDI} \neg\neg\neg A \rightarrow \neg A$

3. השלם את הוכחה של התרגיל מהכיתה: אם  $T \vdash_{NDC} A$  אז  $T \vdash_{CPL} A$ .

4. השלם את הכיוון השני בתרגיל מהכיתה: מערכת  $NDC'$  מתקבלת מערכת  $NDC$  על ידי החלפת הכללים:

$$\frac{\{A\} \cup \Gamma_1 \Rightarrow B \quad \{A\} \cup \Gamma_1 \Rightarrow \neg B}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \Rightarrow \neg A} [N1] \qquad \frac{\Gamma \Rightarrow \neg\neg A}{\Gamma \Rightarrow A} [N2]$$

בכללים:

$$\frac{\Gamma_1 \Rightarrow A \quad \Gamma_2 \Rightarrow \neg A}{\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \Rightarrow B} [N1'] \qquad \Gamma \Rightarrow A \vee \neg A [N2']$$

הוכח ששתי המערכות שקולות.