

לוגיקה למדעי המחשב - תרגיל מס' 2

1. אילו מהנוסחאות הבאות ספיקות ואילו מהן טאוטולוגיות:

$$(א) \neg(p \rightarrow p)$$

$$(ב) (p \rightarrow (q \rightarrow r))$$

$$(ג) \neg(p \vee q) \leftrightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$$

$$(ד) (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow q)$$

2. הוכח או הפרך כי לכל P, Q, A, B, C, D, R מתקיים:

$$(א) (P \wedge Q) \rightarrow R, D \rightarrow P, D, \neg R \vdash_{CPL} \neg Q$$

$$(ב) (A \wedge B) \rightarrow C \vdash_{CPL} (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C)$$

$$(ג) A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash_{CPL} \neg(\neg C \wedge A)$$

$$(ד) A \rightarrow B \vdash_{CPL} (C \wedge A) \rightarrow (C \wedge B)$$

(ה) כל טאוטולוגיה היא פסוק ספיק.

(ו) מספיקות A ו- $A \rightarrow B$ נובעת ספיקות B .

(ז) $A_1, \dots, A_n \vdash_{CPL} B$ אם $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \vdash_{CPL} B$.

3. יחס \vdash הוא יחס נביעה אם הוא מקיים את התכונות הבאות:

(א) רפלקסיביות: $\{A\} \vdash A$

(ב) מונוטוניות: אם $T_1 \vdash A$ וגם $T_1 \subseteq T_2$ אז $T_2 \vdash A$

(ג) טרנזיטיביות: אם $T \cup \{A\} \vdash B$ וגם $T \vdash A$ אז $T \vdash B$

הוכח שהיחס \vdash_{CPL} הוא יחס נביעה.

4. הוכח או הפרך: אם A, B נוסחאות ללא פסוקים אטומיים משותפים ו- $\vdash_{CPL} A \rightarrow B$, אז לפחות אחד הדברים הבאים מתקיים: $\vdash_{CPL} B$ או $\vdash_{CPL} \neg A$

5. נסמן $A(p)$ פסוק A שיש בו הופעות של פסוק אטומי p . יהי B פסוק כלשהו. נסמן $A\{B/p\}$ את הפסוק המתקבל מ- $A(p)$ על ידי החלפת כל מופע של p ב- B . הוכח את משפט ההחלפה: יהיו $A(p), B, C$ פסוקים ו- v השמה כלשהי. אם $v(B) = v(C)$ אז $v(A\{B/p\}) = v(A\{C/p\})$.