

14/02/10



אוניברסיטת תל אביב

0368-3464 עיבוד ספרתי של אותות - אלגוריתמים ויישומים (יעקב שטיין)  
סמסטר א' תש"ע - מועד א'

משך המבחן: 2.5 שעות  
אין להיעזר בחומר עזר

חלק עיוני - לענות על 3 מתוך שאלות 1 - 4 (20 נקודות לכל שאלה)

1. מהו אות מחזורי? לתת איפיון בציר הזמן ובציר התדר.  
מהו אות סטוכסטי? האם אות סטוכסטי יכול להיות מחזורי? (להסביר!)  
מהו אות ללא רכיב DC? לתת איפיון בציר הזמן ובציר התדר.
2. מהו מסנן all-zero ומהו מסנן all-pole? לתת אפיון במרחב Z, בציר הזמן, ובציר התדר.  
מהו המסנן הכללי ביותר, איך מקבלים ממנו את המקרים המיוחדים שתוארו לעיל?  
איך עוברים מהייצוג הרגיל לייצוג הסימטרי של המסנן הכללי?
3. איזה סיבוכיות חישוב מאפיינת אלגוריתם זמן-אמת? (להסביר!)  
מה הסיבוכיות של מכפלה פשוטה? של קונבולוציה? של ה DFT? של ה FFT? (להסביר כל תשובה.)
4. מהו ההבדל בין ארכיטקטורת Harvard לבין ארכיטקטורת von Neumann?  
(להסביר את כל המרכיבים הדרושים בשני המקרים.) במי מהן משתמשים במעבדים רגילים  
ובמי במעבדי DSP? (להסביר למה.)

חלק מעשי - לענות על 2 מתוך שאלות 5 - 7 (20 נקודות לכל שאלה)

5. למסנן תגובה-לתדר  $h_0 = 2, h_{-1} = 1$ . מה התגובה לתדר ב DC? בתדר Nyquist? מהו  $|H(\omega)|$ ?  
מכניסים אות קלט x בעל ספקטרום לבן מ DC עד  $\pi/4$ . מהו ספקטרום ההספק של הפלט  $|Y(\omega)|$ ?
6. האות הסינוסואדלי  $A \sin \omega n$  הינו אות עצמי של האופרטור  $\alpha z^{-1} + \beta z^{-2}$ .  
למצא את המקדמים  $\alpha$  ו  $\beta$ . איזה מקדמים צריכים כדי לעבור מ  $A \sin \omega n$  ו  $A \cos \omega n$   
ל  $A \sin \omega (n+1)$  ו  $A \cos \omega (n+1)$ ? למה השהיה אחת מספיקה כאן?
7. לצייר את מסנן  $y_n = x_n + a_1 x_{n-1} + a_2 x_{n-2} + b_1 y_{n-1} + b_2 y_{n-2}$   
בצורה "נאיבית" ובצורה החוסכת זיכרון.  
למה יש דרכים גרפיות שונות לצייר את אותו המסנן?

בהצלחה!

---

1	18
2	16
4	18
6	16
7	20
<hr/>	
	88

1

זמן ממוצע:  $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n$  שגוי מדי  $\epsilon$  אם  $N > \frac{1}{\epsilon^2}$ .

• אולי: עבור  $s(t)$ , (אם  $t$  הוא נמנה)  $s(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n$   $\rightarrow$   $s(t+T) = s(t)$ .

• ציבור: עבור  $s_n$  (אם  $n$  הוא נמנה)  $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .

ה  $T/N$  התיאום המקסימלי (כאשר  $T=0$ ) עם הממוצע הוא בקירוב: אין נגזרי אופטימלית בקשר ל- $T$  (אם  $T$  קטן מדי, ולפיכך הוא נמוך יותר, המהירות (אם  $T$  גדול מדי).

בדיקה: אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות).

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

2 ~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

אולי: אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

~~אם  $s_n$  הוא ממוצע של  $s$  (ממוצע של  $s$  עם  $N$  נקודות)  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$   $\rightarrow$   $s_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N s_k$ .~~

Moving Average : All-zero pole (2)

לחבר מסלול MA (Moving Average) זהו מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

$$y_n = \sum_{k=0}^{L-1} a_k \cdot x_{n-k}$$

המסלול MA (Moving Average) הוא מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול MA (Moving Average) הוא מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

$$Y_k = H_k \cdot X_k$$

המסלול MA (Moving Average) הוא מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

המסלול MA (Moving Average) הוא מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול MA (Moving Average) הוא מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול MA (Moving Average) הוא מסלול All-zero pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

All-pole pole

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

$$y_n = a_n x_n + \sum_{m=1}^{M-1} b_m y_{n-m}$$

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

המסלול AR (Auto Regressive) הוא מסלול All-pole pole. כלומר, מסלול עם פולי רק ב-0.

MA (Moving Average)  
All-zero pole





$\alpha z^{-1} + \beta z^{-2}$   $\Rightarrow$   $A \sin \omega n$  (6)  
 פונקציה סינוסואלית  $\Rightarrow$   $\alpha, \beta$  קבועים

$$A \sin \omega n = (\alpha z^{-1} + \beta z^{-2}) A \sin \omega n \Rightarrow$$

$$A \sin \omega n = \alpha A \sin \omega(n-1) + \beta A \sin \omega(n-2) \Rightarrow A \neq 0 \rightarrow (n)$$

$$\sin \omega n = \alpha \sin \omega(n-1) + \beta \sin \omega(n-2) \Rightarrow$$

$$\sin(\omega n + \omega) = \alpha \sin \omega n + \beta \sin(\omega n - \omega) \Rightarrow$$

$$\sin \omega n \cdot \cos \omega + \cos \omega n \sin \omega = \sin \omega n \cdot \alpha + \beta \sin \omega n \cos \omega - \beta \cos \omega n \sin \omega \Rightarrow$$

$$\sin \omega n [\cos \omega] + \cos \omega n [\sin \omega] = \sin \omega n [\alpha + \beta \cos \omega] + \cos \omega n [-\beta \sin \omega]$$

:  $\cos \omega n, \sin \omega n$  נפרדים

$$\begin{cases} \cos \omega = \alpha + \beta \cos \omega \\ \sin \omega = -\beta \sin \omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \omega = -\beta \sin \omega \Rightarrow \beta = -1 \\ \Rightarrow \alpha = 2 \cos \omega \end{cases}$$

(+  $\beta$   $\rightarrow$   $\beta = -1$ )  $\Rightarrow \alpha = 2 \cos \omega$   $\Rightarrow$   $\alpha = 2 \cos \omega$

$$\alpha A \sin \omega n + \beta A \cos \omega n = A \sin \omega(n+1) \Rightarrow$$

$$\alpha \sin \omega n + \beta \cos \omega n = \sin \omega n \cos \omega + \cos \omega n \sin \omega$$

$$\begin{cases} \alpha = \cos \omega \\ \beta = \sin \omega \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \sin \omega n \\ A \cos \omega n \end{cases}$$

$$A \cos \omega(n+1)$$

$$\alpha A \sin \omega n + \delta A \cos \omega n = A \cos \omega(n+1) \Rightarrow$$

$$\delta \sin \omega n + \delta \cos \omega n = \cos \omega n \cos \omega - \sin \omega n \sin \omega =$$

$$= \cos \omega n \cos \omega + \sin \omega n \sin(-\omega)$$

$$\begin{cases} \delta = \sin(-\omega) = -\sin \omega \\ \delta = \cos \omega \end{cases}$$

$$e^{i\omega n} = \cos \omega n + i \sin \omega n$$

פונקציה סינוסואלית  $\Rightarrow$   $\alpha, \beta$  קבועים  
 פונקציה סינוסואלית  $\Rightarrow$   $\alpha, \beta$  קבועים  
 פונקציה סינוסואלית  $\Rightarrow$   $\alpha, \beta$  קבועים

sin cos

$e^{i\omega n}$  ... ??

(-4)

$$e^{i\omega(n)} = e^{i\omega} e^{i\omega n}$$