משפט הדגימה:

המשמעות של ספקטרום לסיגנל ספרתי: s_n ו-S_k סדרות מספרים. כאשר f היא התדירות, נסתכל על $\frac{f}{f_s}$ כאשר f_s הוא דגימות ספרתיות של התדר. כיוון ש-$f_s \geq 2f$ אז $\max\frac{f}{f_s}=\frac{1}{2}$. כיוון שתחום התדרים יכול להיות שלילי, אז $-\frac{1}{2}\leq\frac{f}{f_s}\leq\frac{1}{2}$, או מ-$-\pi$ עד π.

טרנספורם ווו:

יהי סיגנל $x(t)$ (באופן דומה לדיגיטלי).

משפט הילברט: כל סיגנל תחת שני תנאים ניתן לכתוב באופן הבא: $x(t)=A(t)\cdot\cos\Phi(t)$. התנאים:

1. הספקטרום שלו חסום (כמו כל סיגנל).
2. אין לו רכיב DC, כלומר הממוצע שלו לאורך זמן הוא 0.

$A(t)$ היא משרעת, או אמפליטודה; $\Phi(t)$ היא הפאזה של t.

איפנון, או *modulation* הוא דרך לשנות סיגנל כדי לגרום לו להעביר אינפורמציה ממקום למקום. הפרמטרים הנ"ל משתנים כדי להעביר אינפורמציה ממקום למקום. למשל, רדיו AM או FM: $\cos\omega_{RF}t$ הוא הסיגנל הבסיסי (RF הוא *radio freq.*; $\omega=2\pi f$). כאשר לוקחים סיגנל זה ומשנים את האמפליטודה שלו, למשל מגדילים אותו, מקבלים אמפליפיקציה של האמפליטודה. הסיגנל הבסיסי עליו נעשה השינוי הוא ה-*carrier*. ברדיו משדרים סיגנלים בסדרי גודל של MHz, אך לא ניתן לשמוע אותם, והיפוך התהליך ע"י שינוי האמפליטודה (אפנון התדר) מאפשר הפיכת הסיגנל לתדר שניתן לשמוע.

ב-AM (*amplitude modulation*) משנים את האמפליטודה כך שהתדר יהיה מאופנן וכך נקבל תדר עם אינפורמציה בצד השני. הסיגנל המאופנן משתנה לפי הגל המאפנן, ומיד נראה איך משחזרים את הגל המקורי.

אפנון FM (*frequency modulation*): $A(t)\cdot\cos 2\pi\left(f_{RF}+f(t)\right)t$ – משנים את התדר, המשתנה עם הזמן. הטווח נשאר אותו טווח, אך ה"מריחה", התדר משתנה (בהתאם לעוצמה?). אבל, שינוי התדר הוא לא דרך נכונה, יש לשנות את הפאזה: $A(t)\cdot\cos[2\pi f_{RF}t+\Phi(t)]$. הפאזה מזיזה את התדר; התדר הוא הנגזרת של הפאזה. נדבר על זה בהמשך. אז מה שעושים בפועל הוא PM ולא FM, אבל מקלטים קולטים מאופנן תדר. בגזירה – מעבר מפאזה לתדר, מגדילים את התדר, למשל $(\sin\omega t)'=\omega\cdot\cos\omega t$ - הגדלה פי ω. אם כך, בשידור PM וקליטה FM אמורים לקבל תדר גבוה מהרגיל, ולכן בשידור מבצעים אינטגרל על הסיגנל הנשלח, כך שיתקבל בסוף התדר המקורי.

אין יחידות:

עבור כל סיגנל $x(t)$ אין רק זוג יחיד A,Φ המקיימים $x(t)=A(t)\cdot\cos\Phi(t)$. אבל, ישנם A,Φ מסויימים שמשתנים הכי פחות – וכדי למצוא אותם יש צורך בטרנספורם הילברט.

טרנספורם הילברט: $y(t)=\widehat{H}\cdot x(t)=A(t)\cdot\sin\Phi(t)$. ה-$\widehat{H}$ הוא למעשה מסנן.

לוקחים $x^2(t)+y^2(t)=A^2(t)\cos^2\Phi+A^2\sin^2\Phi=A^2(t)$ ומכאן $A(t)=\sqrt{x^2(t)+y^2(t)}$. ומכאן: $\Phi(t)=\tan_4^{-1}\frac{y(t)}{x(t)}$, כאשר מתקנים את הסימן לפי הרבעון הנקבע לפי סימני x,y.

נניח רוצים לשדר סיגנל מאופנן AM, אינפורמציה כלשהי, וכעת רוצים לשלוף חזרה מהסיגנל המאופנן את המקור. משתמשים בטרנספורם הילברט... כנ"ל לשימוש ב-FM.

אמרנו שאם יש סינוס טהור, התדר שלו ידוע. אם יש סיגנל שאינו סינוס, זה לא כך. ניתן להסתכל על כך שיש לו ספקטרום תדרים. דרך נוספת להסתכל על כך היא הסתכלות על הפאזה: $\cos(\Phi(t)+\omega_{RF}t)$. האמפליטודה והתדר משתנים עם הזמן (הסתכלות זו מוגבלת לסיגנלים בלי DC).

עיקרון אי הוודאות:

נסתכל על תדר סינוס. כאשר רוצים למדוד תדר של סינוס, ניתן לספור מחזורים בזמן מסויים. מספר המחזורים חלקי הזמן הוא התדר. אבל, מה קורה אם ניתן להסתכל על הסיגנל בקטע זמן מוגבל מאוד – הדיוק יורד כי רואים פחות מחזורים של הסינוס. מכאן, ככל שרואים סינוס טהור לאורך יותר זמן, כך ניתן יותר לדייק בתדר שלו. נסמן $\Delta\omega$ כאי דיוק בתדר ו-Δt זמן ההסתכלות על הסיגנל. מתקיים: $\Delta t\cdot\Delta\omega\geq 2\pi$ – וזה עיקרון אי הוודאות.

נניח $\{x_n\}_{n=0}^{N-1}$, אז מתקיים: $X_k=\sum_{n=0}^{N-1}x_nW_N^{nk}$ (X_k ייצוג ה-X בתדר הדיגיטלי) עבור $0\leq k\leq N-1$ ו-$W_N=e^{-i\cdot\frac{2\pi}{N}}$, והוא שורש היחידה ממעלה N כיוון ש-$W_N^N=1$ (השורש ה-N-י של 1). משפט דה מואבר: בהכפלת שני מספרים מרוכבים מחברים את הפאזה ומכפילים את האמפליטודה. לגבי מספר על מעגל היחידה – אין אמפליטודות להכפיל, רק מזיזים את הפאזות (כלומר מחברים את הזוויות). המינוס אומר שמסתובבים עם כיוון השעון (קונבנציה הפוכה). דוגמא:

אם $N=2, x_0, x_1$ אז:

$$X_0 = x_0 + x_1; \quad X_1 = x_0 - x_1$$

X_0 הוא רכיב ה-DC ו-X_1 הוא התדר הגבוה ביותר – נמדד ע"י מדידת הפרש. בעוד שתדר ה-DC הוא רצף קבוע של נקודות על אותו ישר, התדר הגבוה ביותר יהיה *...+1-1+1-1* כלומר דגימה בנקודות המינימום והמקסימום של ה-*sin*.

המשך סיכום בכתב.