

DSP שיעור #1**הקדמה:**

- הבוחן אינו חובה, אך מהווה 20% מגן. תאריך טרם נקבע. בוחן אמריקאי, 20 שאלות.
- מבוסס על הספר DSP. אתר הספר: www.dspcsp.com.
- אתר הקורס: www.dspcsp.com/tau.
- מומלץ להגיע להרצאות, באתר יהיה רפרנס לפרקים המתאימים בספר הקורס.
- אין חובת הגשה לתרגילים אך מומלץ לעשותם. התרגילים דומים לחלק המעשי במבחן.
- מייל המרצה (פרופ' יעקוב שטיין): author@dspcsp.com. ב-subject חייבים לשים את המילה "DSP".

(משתמש ב-Adobe audition)

בשבוע 3,4 לא יהיו הרצאות! (המרצה בחו"ל, יתקיימו שיעורי השלמה).**מבוא:**דוגמת התחלה:

צליל חיוג מחולל ע"י מתג מקומי. צליל זה מורכב מסכום שני אותות (משהו עם סינוס, נלמד בהמשך). לאחר מכן שומעים את צלילי החיוג; בדוגמא הראשונה נשמע "צליל תפוס" – נשלח ע"י המרכזיה המקומית. הקצב (*cadence*) גבוה יחסית לדוגמא השניה – צליל המעיד על המתנה למענה. בני"א למדו להבחין בין צליל "תפוס" ל"מצלצל", אך גם המכוונות צריכות לדעת להבדיל בין האותות השונים. פעם המנגנונים היו מתוכנתים באמצעות מעגלים חשמליים עם קבלים וכו', אך כיום אנו שואפים לעשות עיבוד אותות במחשב בשביל ורסטיליות גבוהה יותר – תוכנת DSP.

דוגמא שלישית: תקשורת עם פקס. אחרי צליל החיוג נשמעו DTMF (צלילי חיוג לחצנים) בקצב קבוע (מעשה מכונה; מוגבל ל-10 חיוגים בשניה). לאחר מכן נשמע ה-*ring back* (צליל המתנה). במקביל אליו נשמע צליל גבוה בקצב גבוה, שהוא מעשה הפקס המחיג. מדוע צליל זה נעשה (צליל זה אגב הוא 1100 הרץ, *sin*)? כדי להזדהות בתור פקס. זאת בכדי שכאשר הצד השני יענה (*off-hook*), הוא ידע שחייג אליו פקס. צליל זה נקרא CNG. מיד לאחר הרמת השפופרת נשמע צליל סינוס טהור (2100 הרץ; לא שני אותות כמו צליל חיוג), הנקרא *answer tone* וממשיך עד ששומע פקס בצד השני שעונה לו. תפקידו להגיד: "אני פקס עונה", כלומר, אם חייגנו אליו, צליל זה אומר שהגענו לפקס. בעבר תקשורת עם חו"ל הייתה דרך לווין, ועקב *delay* היו הדים, להם פיתחו מבטלי הדים. ה-2100 סוגר את מבטלי ההדים כדי לשמור על תגובה מהירה. לאחר צליל זה יש צלילים המהווים *hand-shake* – הכרת שני הפקסים אחד את השני. שני חלקים ל-*hand-shake*: הראשון הוא יכולות – המשודר ע"י הצד המחיג (אחרי ה-*answer tone* של העונה). הוא משדר את גודל העמוד, קצב שליחה/קבלה, האם מוצפן וכו'; השני (העונה) קורא את הנתונים הללו ושולח פקודות.

איפנון – *modulation* – שינוי סיגנל כך שישא אינפורמציה ויעביר אותה למקום אחר. סיגנלי יכולות ופקודות הם דוגמאות לאיפנון – השמת אינפורמציה על סיגנל. הסיגנל נשמע משתנה, בהתאם למידע שמוכנס אליו. *FSK* – *frequency shift key* – התדר הגבוה הוא 0 והנמוך הוא 1, ואוסף ביטים גורם קפיצות בין שני תדרים. אם יש יותר סים מ-1 באזור מסויים, ישמע תדר יותר גבוה; כנ"ל הפוך – ישמע תדר יותר נמוך. הפקסים משדרים ביניהם 300 ביטים בשניה, שזהו קצב העברה איטי מאוד ביחס ליכולות – זאת כדי לוודא העברת מידע, שכן מתבצעת לפני העברת היכולות. 300 ביטים לשניה היא הנחת מינימום יכולת.

דוגמא רביעית: מודם *Dial-up*. המודם (העונה – *answer tone*) נשמע מכריז על עצמו ע"י 2100 עם קפיצות (לא חלק כמו פקס). זהו מודם ישן; למודם חדש – 2100 עם קפיצות ואיפנון אמפליטודה. כל אלו נשמעות כ-2100 ברשת (לאחר סגירת מבטלי הדים וכו'), אך הצד השני יודע לזהות בתוך זה את המידע המפורט. אם רוצים לכתוב תוכנית השומעת דבר כזה ומבדילה בין הצלילים השונים (פקס, מודם ישן, מודם חדש), יש להעבירו למחשב.

אות אנלוגי:

$S(t)$ - פונקציה ממשית המוגדרת לכל t שהוא הזמן, כלומר $-\infty < t < \infty$. שני מאפיינים נוספים:

- אנרגיה סופית.
- רוחב סרט סופי.

אנרגיה של אות: כמה האות גדול, חזק. כמה האות "עולה" לחולל. ככל שעולה יותר לחולל את האות, כך האנרגיה יותר גדולה.

רוחב סרט: כמה הסיגנל משתנה. למשל ה-*answer tone* הוא לא משתנה, רוחב סרט 0; אם הוא כמו ה-*hand shake*, הוא משתנה (אך לא הרבה), רוחב סרט גדול מאפס אך לא מאוד.

יש להפריד בין אנרגיה ואינפורמציה : המשותף להם הוא שכל מה שמוכנים לשלם עבורו הוא או אנרגיה או אינפורמציה או שילוב של שניהם . אנרגיה נשמרת, אך לעומת זאת אינפורמציה עם הזמן "מתקלקלת", לא נשמרת. האנרגיה של האות חייבת להיות סופית, כיוון שאנרגיה הוא משהו שחייבים לקנות; אם האנרגיה אינסופית, הרי שאין אינסוף כסף לקנות אותו ולכן לא ניתן לבנות אות שיש לו אינסוף אנרגיה. מכאן שהפונקציה $S(t)$ צריכה להיות בעלת אנרגיה סופית. לא יכול להיות גם רוחב סרט אינסופי שכן משמעו אינסוף אינפורמציה = עולה אינסוף כסף, ובלתי אפשרית. לכן $S(t)$ בעלת רוחב סרט סופי. **אות ספרתי** :

S_n – סדרה, הזמן הספרתי/דיסקרטי; מוגדר לכל $-\infty < n < \infty$. S_n ממשי ומוגדר לכל n בתחום זה. גם לאות הספרתי חייבים להתקיים שני התנאים הנ"ל, כלומר אנרגיה סופית ורוחב סרט סופי.

כיצד מכמתים סיגנל?

כימות אנרגיה :

עבור אות ספרתי (דיגיטל) :

כיצד נכמת את האנרגיה? ניתן לקחת את ה- $\max_n S_n$, או $\sum_{n=-\infty}^{\infty} S_n$ אך סכום זה יכול להיות שלילי. אם כן ניקח את :

$$E_S = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |S_n|^2$$

עבור אות אנלוגי : $E_S = \sum_{t=-\infty}^{\infty} |S(t)|^2$

כימות רוחב סרט :

קשור לטרנספורם פורייה (ידובר בהמשך).

דוגמאות :

- $S(t) = A \cdot \sin \omega t$ - לא אות כיוון שהאינטגרל, דהיינו הסכום, הוא אינסופי – אנרגיה אינסופית.
- $S(t) = 1$ – גם כן לא אות כיוון שהאנרגיה אינה סופית.

אנו נעבוד עם סינוסים, אך הכוונה תהיה סינוס בקטע זמן מסויים שלפניו ואחריו היה האות 0 (כדי שהאנרגיה תהיה סופית).

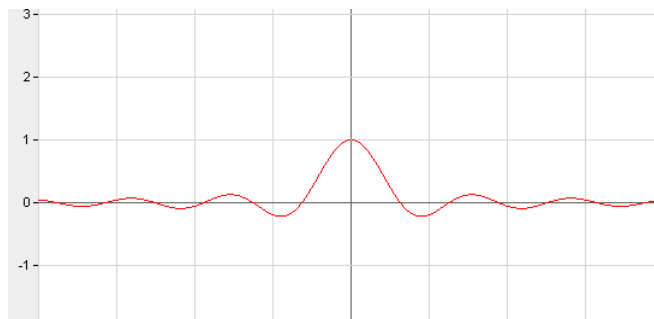
נניח שאנו רוצים להכפיל שני סיגנלים שהם סינוס: $\sin \omega_1 t, \sin \omega_2 t$

$$\sin \omega_1 t \cdot \sin \omega_2 t = e^{i\omega_1 t} \cdot e^{i\omega_2 t} = e^{i(\omega_1 + \omega_2)t}$$

תרגיל 2.1.1 מהספר :

האם הדברים הבאים הם סיגנל?

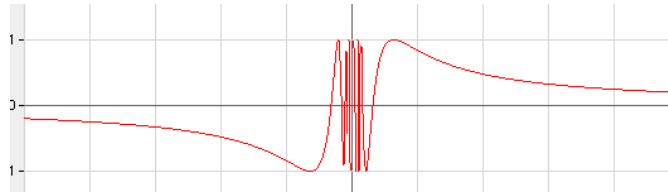
1. גובה הר האוורסט: זהו מספר קבוע כל הזמן, ולכן זוהי אנרגיה אינסופית, ולכן זהו לא סיגנל. אבל, לפני כמה מליארדי שנים הר באוורסט לא היה קיים, ובעתיד הוא גם לא יתקיים. נגדיר את לפניו ואחרי הקיום כגובה 0, ולכן האנרגיה סופית. רוחב הסרט – שלג מעלה את גובה הסיגנל והמסתו מורידה אותו אך בסה"כ הוא סופי. סה"כ: כן סיגנל.
2. $S(t) = e^{it} + e^{-it}$: זהו מרוכב, אך בעצם זה שווה ערך ל- $2 \cos(t)$, וזה ממשי. רוחב הסרט 0 – לא משתנה עם הזמן. אבל, יש בעיה עם האנרגיה. אם נניח שהוא 0 לפני ו-0 אחרי, נקבל אנרגיה סופית ולכן גם יהיה סיגנל (אחרת הוא לא).
3. המחיר של משולש פיצה: סיגנל אנלוגי (כפונקציה של t), והוא ממשי. יש צורך בהנחות: הגדרה היטב (בפיצריה ספציפית) והנחת שינוי מחיר רציף (כדי לשמור על רציפות הפונקציה של הסיגנל האנלוגי).
4. $S(t) = \frac{\sin t}{t}$: מה קורה בזמן 0? מקבל 1. מוגדר: $\text{sinc}(t)$.



5. המים בניאגרה: ...

6. מדד דאו-גיונס: הוא מוגדר בסוף כל יום מסחר, ולכן זהו סיגנל **ספרתי**. אנרגיה – סופית, שכן הוגדר רק מ-1800 ומשהו, יגיע היום בו לא יהיה מוגדר – היה 0 לפני ויהיה 0 בעתיד. לכן האנרגיה סופית. כמו כן רוחב הפס יהיה סופי.

7. $\sin\left(\frac{1}{t}\right)$: בעיית רוחב סרט – אינסופי בסביבת 0:



8. מיקום הקצה של כנף יתוש: נניח ניקח רק את ערך ה- x של המיקום. האנרגיה סופית, וגם רוחב הפס (מוגבל בין ערכי המקסימום והמינימום בתנועת היתוש בחייו).

9. ברז שפותחים אותו לאט לאט:

פוחחים קצת את הברז – מקבלים טיפה קטנה, טיפה גדולה וחוזר חלילה. ככל שפותחים יותר מקבלים פי שניים יותר סוגי טיפות (חזקות של 2). לבסוף מקבלים זרימת מים. סדרת הטיפות במצב מסויים, שהיא כמוברן סיגנל ספרתי:
לבית: לסיים את שאר התרגיל; ניתן למצוא באתר הספר. באתר נמצא גם פתרון התרגיל.

דוגמאות לסיגנלים:

לרוב נתעניין בסיגנלים דיגיטליים אך להלן דוגמאות גם של אנלוגים.

דוגמא 1:

$$\forall n. S_n = 0; \quad \forall t. S(t) = 0$$

אנרגיה 0, רוחב סרט 0.

דוגמא 2: סיגנל DC

$$\forall n. S_n = 1; \quad \forall t. S(t) = 1$$

למשל: $a + b \cdot \sin \omega t$. קבוע שהמוצע שלו אינו 0, קבוע שמתווסף.

דוגמא 3: $S(t) = \theta(t)$

סיגנל המדרגה – שווה ל-0; ב-0 קופץ ל-1.

דוגמא 4:

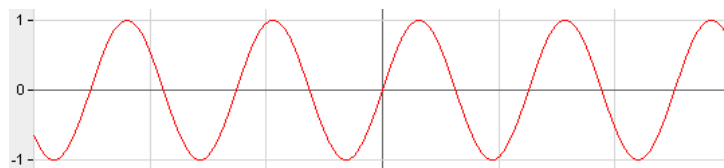
$$S_n = \delta_{n,0} = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

הסיגנל של $Kronecker$. המשלים: הדלתא של Dirac: $\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ ?, & t = 0 \end{cases}$. המקיימת: $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$. מכונה ה"הלם" –

סיגנל הקופץ בזמן $t = 0$ - סיגנל מתקף היחידה.

דוגמא 5: sin

הסיגנל האנלוגי מוכר. הסיגנל הדיגיטלי: $S_n = A \cdot \sin \omega n$. לסינוס תכונת המחזוריות – הסינוס האנלוגי. הסיגנל הדיגיטלי לאו דווקא כך, לא חייב להיות מחזורי.



דגימה: לקיחת סיגנל אנלוגי בזמנים מסויים, וקבלת סיגנל דיגיטלי. לא כל סיגנל דיגיטלי הוא דגימה של סיגנל אנלוגי. למשל, הדאו-גיונס הוא סיגנל דיגיטלי טהור; אבל תמיד ניתן לבצע דגימה ולעבור מאנלוגי לדיגיטלי, לרוב דגימה בקצב קבוע, והוא תדר הדגימה, למשל כל אלפית שניה. הדגימה היא למטרות עיבוד אותו במחשב. מחשב דיגיטלי לא יודע לקרוא סיגנל אנלוגי, אלא קטע של סיגנל ספרתי עם מספר סופי של דגימות.

נשים לב: אם ניקח בנקודות המקסימום דגימות, נקבל סיגנל DC דיגיטלי – כלומר לא תפסנו את המהות של הסיגנל האנלוגי המקורי (\sin). הדגימה תהיה נכונה אמ"מ נוכל לחזור באופן חד ערכי לסיגנל האנלוגי: $AtoD$ ו- $DtoA$ – כך שלא אבדה אינפורמציה במעבר. אבל, כיצד ניתן לדעת מה קורה בין הדגימות בחזרה לאנלוגי?

משפט לייקוס (משפט הדגימה): מגדיר באיזה תנאי ניתן לדגום סיגנל אנלוגי ולקבל סיגנל דיגיטלי כך שניתן לחזור לאנלוגי באופן חד ערכי. תנאי המשפט: אם דוגמים יותר מהר מהתדר הגבוה ביותר של ספקטרום התדרים (יכול להיות שההגדרה קצת אחרת...).

להשלים את הדוגמא שנתן לגבי הסינוס**דברים כלליים על סיגנלים:**

סיגנל יכול להיות דטרמיניסטי או סטוכסטי:

- סיגנל דטרמיניסטי: סיגנל שניתן לנבא מה יהיה הערך שלו בזמן מסויים
- סיגנל סטוכסטי: לא ניתן לנבא את ערכו.

למשל, סיגנל $\sin \omega t$ הוא דטרמיניסטי. הסיגנל הסטוכסטי ביותר הוא סיגנל הרעש (או: רעש לבן). למשל, הרעש בסוף הדוגמא של הפקס. סיגנל רעש הוא הסיגנל עם הכי הרבה אינפורמציה שניתן להכניס לסיגנל. כל סיגנל עם פחות אינפורמציה מסיגנל רעש, ניתן לניבוי. כל סיגנל בלי אינפורמציה, כמו סינוס, ניתן לניבוי בכל זמן. אם שומעים סינוסים בפנים, סימן שיש בו חלק שניתן לניבוי בזמן מסויים. אם כן יש: דטרמיניסטי, סטוכסטי ורעש לבן. אם מאפננים סיגנל להכי הרבה אינפורמציה שהוא יכול לשאת, הוא נהיה רעש. מרכיב הסטוכסטיות זה האינפורמציה (שלא ניתנת לניבוי).

סיגנל מחזורי:

אם סיגנל הוא דטרמיניסטי, הוא יכול להיות מחזורי. סיגנל $S(t)$ הוא מחזורי אם: $\exists T. \forall t. S(t + T) = S(t)$. ה- T הקטן ביותר שמקיים זאת שאינו 0 נקרא המחזור, ו- $\frac{1}{T}$ הוא התדר. סיגנל סטוכסטי לא יכול להיות מחזורי, אחרת הוא היה ניתן לניבוי ולא היה סטוכסטי.