

מספר מחברת: 48

י"א תמוז, תשס"ט

3 יולי, 2009

**בחינה בסיבוכיות**

מרצים: מולי ספרא, עודד רגב  
מתרגלים: עידו בן אליעזר, ישי חביב

משך הבחינה: שלוש שעות.  
השימוש בחומר עזר או במחשבון אסור.

בפרק הראשון 8 שאלות.  
לכל שאלה מוצעות שש תשובות אפשריות, ומהן עליכם לבחור בתשובה הנכונה.  
את התשובות יש לסמן בתשובון המצורף – תשובה אחת לכל שאלה.  
בפרק זה, תשובה נכונה מזכה ב-6 נקודות.  
  
בפרק השני 3 שאלות ובכל שאלה שני סעיפים.  
יש להשיב עליהן במקום המוקצה לכך בטופס זה בלבד. מחברת הבחינה משמשת לטיוטה בלבד ולא תיבדק.  
אפשר להסתמך על נכונות סעיפים קודמים, גם אם לא השבתם עליהם.  
בפרק זה, ארבעת הסעיפים הטובים ביותר ייחשבו 10 נקודות כל אחד, ושני הנותרים 6 נקודות כל אחד.

הקפידו לציין מספר מחברת ומספר ת.ז. בראש כל עמוד ובתשובון המצורף!

*בהצלחה!*

	46	פרק 1
3 <sup>ב</sup>	9 <sup>א</sup>	פרק 2, שאלה 1
10 <sup>ב</sup>	10 <sup>א</sup>	פרק 2, שאלה 2
9 <sup>ב</sup>	10 <sup>א</sup>	פרק 2, שאלה 3
92		ציון

סכ"ו 92

**פרק ראשון**

1. באיזו מחלקת סיבוכיות מבין המחלקות הבאות מוכלת  $NTIME(n^{10})$  בהכרח?

א.  $DTIME(2^{(n^5)})$

ב.  $DTIME(2^{(n^{20})})$

ג.  $NSPACE(n^5)$

ד.  $SPACE(n^{20})$

ה. יותר מתשובה אחת נכונה.

ו. אף תשובה אינה נכונה.

2. נתון גרף מכוון חסר לולאות  $G = (V, E)$ , א"ב סופי  $\Sigma$  בגודל  $k$ , ותמורה (פרמוטציה)  $\pi_c : \Sigma \rightarrow \Sigma$  לכל קשת  $c$ .

הקשת  $(v, u)$  מסופקת על ידי הצבה  $A : V \rightarrow \Sigma$  אם  $\pi_{(v,u)}(A(v)) = A(u)$ . בוחרים באקראי הצבה  $A$  כך שלכל

צומת  $v \in V$  נבחר ערך מהתפלגות אחידה על איברי  $\Sigma$  באופן בלתי-תלוי.

מהי תוחלת מספר הקשתות המסופקות?

א. 0

ב.  $\frac{1}{k} \cdot |E|$

ג.  $\frac{1}{k^2} \cdot |E|$

ד.  $(1 - \frac{1}{k^2}) \cdot |E|$

ה.  $(1 - \frac{1}{k}) \cdot |E|$

ו.  $|E|$

3. לאיזו מחלקה קטנה ביותר ביחס להכלה שייכת הבעיה הבאה? (הניחו כי המחלקות שונות)

קלט: גרף לא מכוון  $G$  על  $n$  צמתים.

שאלה: האם בגרף  $G$  יש **בדיוק**  $12n$  משולשים?

(משולש הוא קליק בגודל 3, כלומר שלושה צמתים שונים שכל שניים מהם מחוברים בקשת.)

א. L

ב. NL

ג. NP

ד. coNP

ה.  $\Sigma_2^P \cap \Pi_2^P$

ו.  $\Sigma_2^P$

מספר מחברת: 48

4. נניח שגרסת ההבטחה של בעיית הקבוצה הבלתי-תלויה הגדולה ביותר,  $\text{Gap-IS}[\alpha, \beta]$ , היא NP-קשה עבור הקבועים  $0 < \alpha < \beta < 1$ . נתונות ארבע טענות:

- I. בעיית כיסוי בצמתים מינימלי (Min-VC) היא NP-קשה לקירוב לכל פקטור קטן מ- $\frac{\beta}{\alpha}$ .
- II. בעיית כיסוי בצמתים מינימלי (Min-VC) היא NP-קשה לקירוב לכל פקטור קטן מ- $\frac{1-\alpha}{1-\beta}$ .
- III. בעיית קליק מקסימלי (Max-Clique) היא NP-קשה לקירוב לכל פקטור קטן מ- $\frac{\beta}{\alpha}$ .
- IV. בעיית קליק מקסימלי (Max-Clique) היא NP-קשה לקירוב לכל פקטור קטן מ- $\frac{1-\alpha}{1-\beta}$ .

אילו טענות נכונות בהכרח? (מותר להניח את משפט ה-PCP)

- א.  $\times$  IV, I
- ב.  $\times$  III, II
- ג.  $\times$  IV, III
- ד.  $\times$  IV, II, I
- ה.  $\times$  III, II, I
- ו.  $\times$  IV, III, II

5. לאיזו מחלקה קטנה ביותר ביחס להכלה שייכת הבעיה הבאה? (הניחו כי כל המחלקות שונות) קלט: גרף לא מכוון  $G$  על  $n$  צמתים.

שאלה: האם קיים ב- $G$  מסלול פשוט באורך  $n \frac{1}{4}$  וגם קבוצה בלתי-תלויה בגודל 4?

- א. L
- ב. NL
- ג. NP
- ד. coNP
- ה. PSPACE
- ו. EXP

6. לאיזו מחלקה קטנה ביותר ביחס להכלה שייכת הבעיה הבאה? (הניחו כי המחלקות שונות) קלט: נוסחת 3CNF.

שאלה: האם קיימת השמה שאינה מספקת את הנוסחה?

- א.  $\times$  L
- ב. NL
- ג. NP
- ד. coNP
- ה. PSPACE
- ו. EXP

מספר מחברת: 48

7. לאיזו מחלקה קטנה ביותר ביחס להכלה שייכת הבעיה הבאה? (הניחו כי המחלקות שונות)  
 קלט:  $(M, x, 1^t)$  כאשר  $M$  היא מכונת טיורינג **הסתברותית** עם סרט אחד לקריאה ולכתיבה (עליו כתוב הקלט בתחילת החישוב) ו- $x$  הוא קלט עבורה.  
 שאלה: האם המכונה  $M$  מחזירה 1 על הקלט  $x$  תוך  $t$  צעדים בהסתברות 1 (על פני המטבעות האקראיים שמגדילה המכונה)?

- א. L
- ב. NL
- ג. NP
- ד. coNP
- ה. BPP
- ו. PSPACE

8. ✖ לאיזו מחלקה קטנה ביותר ביחס להכלה שייכת הבעיה הבאה? (הניחו כי המחלקות שונות)  
 קלט:  $(M, x, 1^t)$  כאשר  $M$  היא מכונת טיורינג **דטרמיניסטית** עם סרט אחד לקריאה ולכתיבה (עליו כתוב הקלט בתחילת החישוב) ו- $x$  הוא קלט עבורה.  
 שאלה: האם  $M$  מחזירה 1 על הקלט  $x$  מבלי לעזוב את  $t$  התאים הראשונים של הסרט?

- א. L
- ב. NL
- ג. NP
- ד. coNP
- ה. BPP
- ו. PSPACE







