

מבנה מחשבים - תרגיל #3

אריאל סטורמן

קבוצה 02

(1)

(a) $f(a,b,c,d) = \sum(1,3,4,5,6,7,10,12,13) + d(2,9,15) :$

טבלת אמת :

#	a	b	c	d	f(a,b,c,d)	#	a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0	0	8	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	9	1	0	0	1	d
2	0	0	1	0	d	10	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1	11	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1	12	1	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1	13	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	14	1	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	15	1	1	1	1	d

מפת קרנו של הפונקציה :

$f(a,b,c,d) = bc' + c'd + a'c + b'cd'$

cd\ab	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	d
11	1	1	d	0
10	d	1	0	1

(b) $f(a,b,c,d) = \prod(1,2,4,5,7,8,10,11,13,14) :$

$f(a,b,c,d) =$

$a'b'c'd' + abc'd' + ab'c'd + a'b'cd + abcd + a'bcd' =$

$a'b'(c'd' + cd) + ab(c'd' + cd) + ab'c'd + a'bcd' =$

$(a'b' + ab)(c'd' + cd) + ab'c'd + a'bcd'$

cd\ab	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	0	1
11	1	0	1	0
10	0	1	0	0

(c) $f(a,b,c,d) = (a+b+c')(b'+d')(a'+c)(b+c) :$

נקבע "0" במפת קרנו לפי POS הנתון :

$(a+b+c') \Rightarrow 0010, 0011 = 0$

$(b'+d') \Rightarrow 1111, 1101, 0111, 0101 = 0$

$(a'+c) \Rightarrow 1101, 1100, 1001, 1000 = 0$

$(b+c) \Rightarrow 1001, 1000, 0001, 0000 = 0$

$f(a,b,c,d) = a'bd' + bcd' + ab'c$

cd\ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	1	1	1

$f(w, x, y, z) = \Sigma(5, 6, 9, 10) :$

yz\wx	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1

yz\wx	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1

SOP:

$f(w, x, y, z) = w'xy'z + wx'y'z + w'xyz' + wx'yz'$

POS:

$f(w, x, y, z) = (w + x)(w' + x')(y + z)(y' + z')$

$(w + x)(w' + x')(y + z)(y' + z') = (ww' + wx' + w'x + xx')(yy' + yz' + y'z + zz') = (wx' + w'x)(yz' + y'z) = wx'yz' + wx'y'z + w'xyz' + w'xy'z$

פיתחנו את ה-POS שקיבלנו והגענו ל-SOP, ולכן המסקנה היא שהם שווים ולא משנה איך נייצג צמצום ע"י מפות קרנו – אם ע"י POS או ע"י SOP.

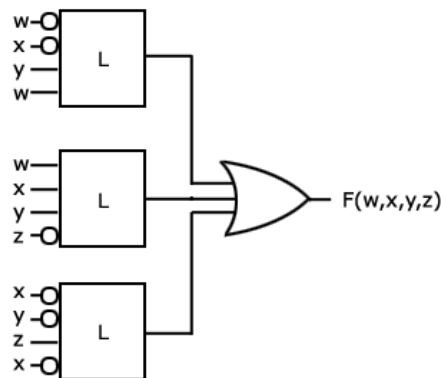
$L(x1, x2, x3, x4) = x2x3(x1 + x4) \rightarrow L(w, x, y, z) = xy(w+z) = wxy + xyz$

$F(w, x, y, z) = \Sigma(0, 1, 6, 9, 10, 11, 14, 15) :$

yz\wx	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	1
11	0	0	1	1
10	0	1	1	1

$\rightarrow F(w, x, y, z) = w'x'y + x'y'z + xyz' + wy =$
 $= w'x'y + x'y'z + xyz' + wy(x + x') =$
 $= w'x'y + x'y'z + x'y'z + xyz' + wxy + wx'y =$
 $= w'x'y + wx'y + xyz' + wxy + x'y'z + x'y'z =$
 $= L(w', x', y, w) + L(w, x, y, z') + L(x', y', z, x')$

וזהו מימוש עם OR בעל שלוש כניסות ו-3 שערי L:



משתני כניסה ומשתני יציאה:

- ספרת קלט ראשונה תיוצג על ידי הביטים a_0, a_1, a_2, a_3 (כאשר a_0 היא LSB).
- ספרת קלט שניה תיוצג על ידי הביטים b_0, b_1, b_2, b_3 .
- ספרת פלט ראשונה תיוצג על ידי הביטים p_0, p_1, p_2, p_3 .
- ספרת פלט אחרונה תיוצג ע"י q_0 ו"0" לוגי לשאר (לכל היותר נצטרך להציג את הספרה 1).

תיאור הלוגיקה:

נשתמש ברכיבי HA ו-FA ונחלק את הפונקציה לשני מקרים:

- הסכום בין 0-9: נחזיר את תוצאת החיבור כספרה ראשונה ו-0 כספרה שניה.
- הסכום בין 10-18: נעביר את המספר להקסדצימלי (בייצוג בינארי) באופן הבא: נפחית 10 (דצימלי) וכך נקבל את ספרת האחדות, הוזה בייצוג הדצימלי והבינארי (הספרות 0-9 בייצוג ע"י 4 ביטים). לאחר מכן נוסיף 16 כדי לקבל תוספת "1" לספרת העשרות לפי הקסדצימלי. הסיבה לכך היא שתוספת זו תהיה לביט החמישי – שישמש לנו כ-LSB מתוך ה-4 ביטים של ספרת העשרות. סה"כ ניתן להוסיף 6 (מינוס 10 פלוס 16) בכדי לקבל 4 ביטים לספרה ראשונה ו-LSB לשניה, כלומר נחבר 0110 לתוצאה. נפריד בין שני מקרים:
 - המספר בין 10-15 (1010-1111): אלו המספרים עבורם אין חריגה (carry), ועבורם נצטרך למצוא פונקציה.
 - המספר בין 16-18: ישנה חריגה לביט החמישי, ולכן מספיק להסתכל על ערך ה-carry האחרון בכדי לקבוע שהמספר < 9-מ.

חישוב פונקצית בדיקה 10-15:

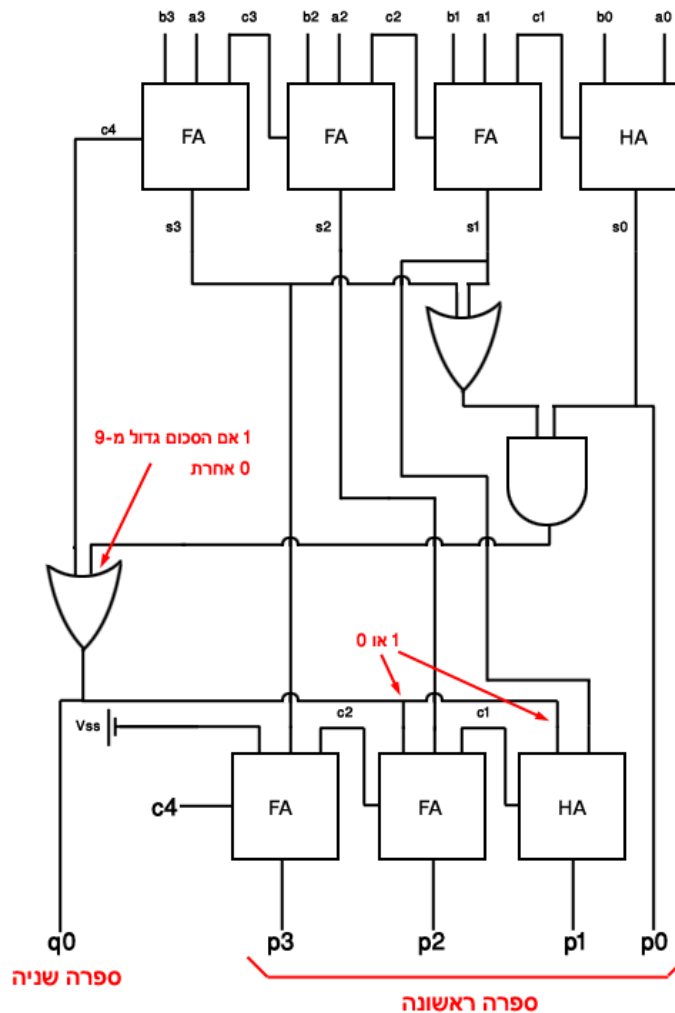
$s_3s_2s_1s_0 \backslash s_3s_2$	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

$$g(s_0, s_1, s_2, s_3) = s_0s_1 + s_0s_3 = s_0(s_1 + s_3)$$

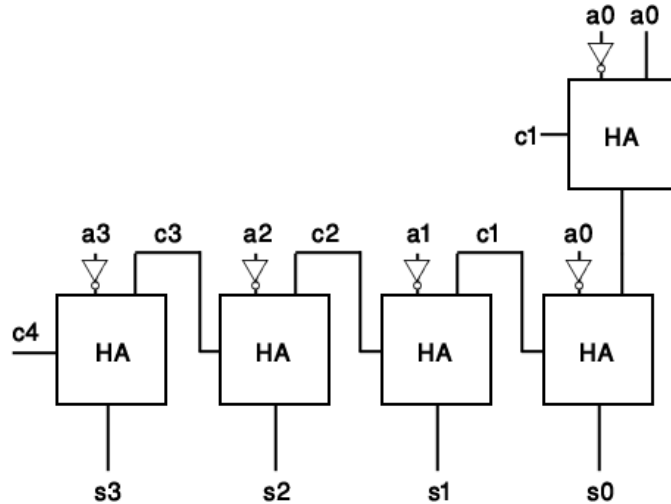
כלומר הפונקציה לבדיקה האם הסכום גדול ממש 9- היא:

$$f(s_0, s_1, s_2, s_3) = s_0(s_1 + s_3) + c_4$$

סה"כ המעגל יראה כך:



נייצג את X ע"י a_0, a_1, a_2, a_3 כאשר a_0 היא ה-LSB ו- a_3 היא סיבית הסימן. החיבור יעשה באופן הבא:



המחובר הימני הראשון יהיה 1 כיוון שיהיה תוצאת חיבור ביט כלשהו עם ההופכי שלו, מה שתמיד ייתן 1. c_4 לא חשוב כיוון שהפעם היחידה בה יקבל "1" היא עבור חישוב המשלים של "0000", שהוא "0000" (אין overflow בגלל $c_3=c_4$). משתני היציאה הם s_0, s_1, s_2, s_3 , כאשר s_0 היא ה-LSB ו- s_3 סיבית הסימן.

$$f(w, x, y, z) = \sum(2, 5, 6, 7, 12, 13) + d(3, 10, 14, 15):$$

נחשב את הצמצום ע"פ מפת קרנו של הפונקציה:

yz\wx	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	d	1	d	0
10	1	1	d	d

$$f(w, x, y, z) = wx + xz + w'y = wxz + wxz' + wxz + w'xz + w'yz + w'yz' = wxz + wz'x + w'zx + w'zy + w'z'y = w'z'y + w'zx + wz'x + wzx + w'zy$$

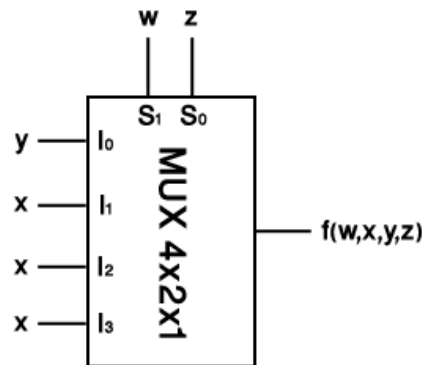
אם נסתכל על פונקציית $4 \times 2 \times 1$ MUX, היא מהצורה:

$$f(I_0, I_1, I_2, I_3) = s_1's_0'I_0 + s_1's_0I_1 + s_1s_0'I_2 + s_1s_0I_3$$

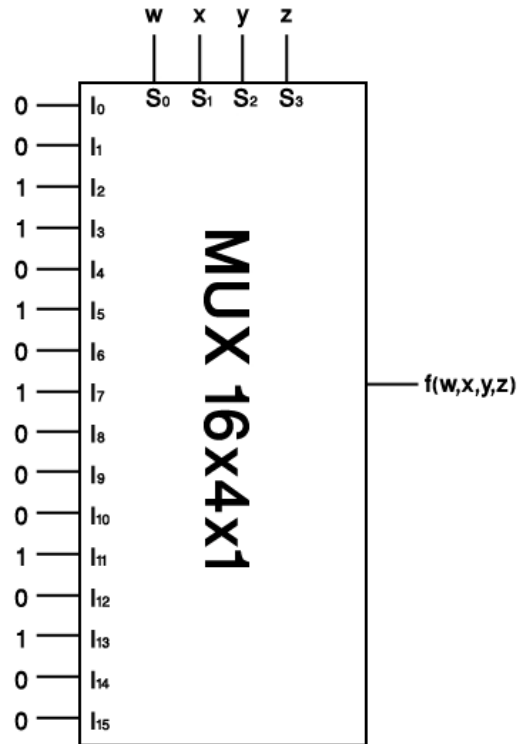
מצאנו לפונקציה שלנו את הצורה הנ"ל, כאשר: $s_1=w, s_0=z, I_0=y, I_1=I_2=I_3=x$. נבדוק שמחובר מיותר זה לא משפיע על ערך הפונקציה כאשר מקבל 1. המחובר מקבל 1 עבור $w=0, z=y=1$ ו- 3 ו- 7 , אך הפונקציה f מקבלת עבור קלטים אלו d ו- 1 כך שאינה מושפעת מהמחובר. נראה טבלת אמת של בחירתנו:

#	w	x	y	z	s_1s_0	value(s_1s_0)	$f(w, x, y, z)$
0	0	0	0	0	00	0	0
1	0	0	0	1	01	0	0
2	0	0	1	0	00	1	1
3	0	0	1	1	01	0	d
4	0	1	0	0	00	0	0
5	0	1	0	1	01	1	1
6	0	1	1	0	00	1	1
7	0	1	1	1	01	1	1
8	1	0	0	0	10	0	0
9	1	0	0	1	11	0	0
10	1	0	1	0	10	0	d
11	1	0	1	1	11	0	0
12	1	1	0	0	10	1	1
13	1	1	0	1	11	1	1
14	1	1	1	0	10	1	d
15	1	1	1	1	11	1	d

מטבלת האמת ניתן לראות בבירור כי עבור כי הבחירה לכניסות ה-MUX נותנת לנו כפלט את הפונקציה הנתונה:



נגדיר את הפונקציה הרצויה כ- $f(w, x, y, z)$. להלן $16 \times 4 \times 1$ MUX למימושה:



להלן טבלת אמת להוכחת נכונות המימוש:

#	w	x	y	z	$f(w, x, y, z)$ (by the MUX)
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

המימוש מחזיר עבור כל מספר ראשוני המקבל כקלט "1", אחרת מחזיר "0", ולכן הוא נכון.