מבנה מחשבים - תרגיל #3

אריאל סטולרמן
קבוצה 02

(1)

(a) f(a,b,c,d) = ∑(1,3,4,5,6,7,10,12,13) + d(2,9,15):

טבלת אמת:

#	a	b	c	d	f(a,b,c,d)	#	a	b	c	d	f(a,b,c,d)
0	0	0	0	0	0	8	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	9	1	0	0	1	d
2	0	0	1	0	d	10	1	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1	11	1	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1	12	1	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1	13	1	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1	14	1	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	15	1	1	1	1	d

מפת קרנו של הפונקציה:

cd\ab	00	01	11	10
00	**0**	1	1	**0**
01	1	1	1	d
11	1	1	d	**0**
10	d	1	**0**	1

f(a,b,c,d)= bc' + c'd + a'c + b'cd'

(b) f(a,b,c,d) = ∏(1,2,4,5,7,8,10,11,13,14):

cd\ab	00	01	11	10
00	1	0	1	0
01	0	0	0	1
11	1	0	1	0
10	0	1	0	0

f(a,b,c,d)=

a'b'c'd' + abc'd' + ab'c'd + a'b'cd + abcd + a'bcd' =

a'b'(c'd' + cd) + ab(c'd' + cd) + ab'c'd + a'bcd' =

(a'b' + ab)(c'd' + cd) + ab'c'd + a'bcd'

(c) f(a,b,c,d) = (a+b+c')(b'+d')(a'+c)(b+c):

נקבע "0" במפת קרנו לפי POS הנתון:

cd\ab	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	1	1	1

(a+b+c') => **001**0,**001**1 = 0

(b'+d') => 1**1**1**1**,1**1**0**1**,0**1**1**1**,0**1**0**1** = 0

(a'+c) => **1**1**0**1,**1**1**0**0,**1**0**0**1,**1**0**0**0 = 0

(b+c) => 1**00**1,1**00**0,0**00**1,0**00**0 = 0

f(a,b,c,d)= a'bd' + bcd' + ab'c

(2)

$f(w,x,y,z)=\sum(5,6,9,10)$:

yz\wx	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1

yz\wx	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	0	1
11	0	0	0	0
10	0	1	0	1

SOP:

$f(w,x,y,z) = w'xy'z + wx'y'z + w'xyz' + wx'yz'$

POS:

$f(w,x,y,z) = (w + x)(w' + x')(y + z)(y' + z')$

$(w + x)(w' + x')(y + z)(y' + z') = (ww' + wx' + w'x + xx')(yy' + yz' + y'z + zz') =$

$(wx' + w'x)(yz' + y'z) = wx'yz' + wx'y'z + w'xyz' + w'xy'z$

פיתחנו את ה-POS שקיבלנו והגענו ל-SOP, ולכן המסקנה היא שהם שווים ולא משנה איך נייצג צמצום ע״י מפות קרנו – אם ע״י POS או ע״י SOP.

(3)

$L(x1,x2,x3,x4) = x2x3(x1 + x4) \rightarrow L(w,x,y,z) = xy(w+z) = wxy + xyz$

$F(w,x,y,z) = \Sigma(0,1,6,9,10,11,14,15)$:

yz\wx	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	0	0	1
11	0	0	1	1
10	0	1	1	1

$\rightarrow F(w,x,y,z)= w'x'y + x'y'z + xyz' + wy =$

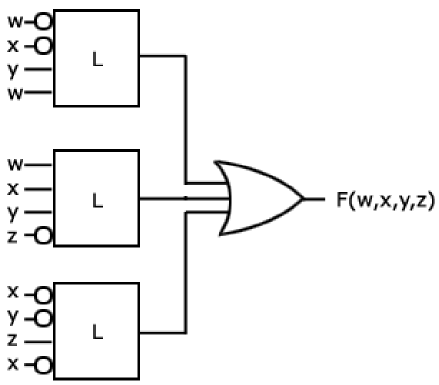
$= w'x'y + x'y'z + xyz' + wy(x + x') =$

$= \underline{w'x'y} + x'y'z + x'y'z + \mathbf{xyz'} + \mathbf{wxy} + \underline{wx'y} =$

$= w'x'y + wx'y + xyz' + wxy + x'y'z + x'y'z =$

$= \mathbf{L(w',x',y,w) + L(w,x,y,z') + L(x',y',z,x')}$

וזהו מימוש עם OR בעל שלוש כניסות ו-3 שערי L:



(4)

משתני כניסה ומשתני יציאה:

- ספרת קלט ראשונה תיוצג על ידי הביטים a3 ,a2 ,a1 ,a0 (כאשר a0 היא LSB).
- ספרת קלט שניה תיוצג על ידי הביטים b3 ,b2 ,b1 ,b0.
- ספרת פלט ראשונה תיוצג על ידי הביטים p3 ,p2 ,p1 ,p0.
- ספרת פלט אחרונה תיוצג ע״י q0 ו״0״ לוגי לשאר (לכל היותר נצטרך להציג את הספרה 1).

תיאור הלוגיקה:

נשתמש ברכיבי HA ו-FA ונחלק את הפונקציה לשני מקרים:

- הסכום בין 0-9: נחזיר את תוצאת החיבור כספרה ראשונה ו-0 כספרה שניה.
- הסכום בין 10-18: נעביר את המספר להקסדצימלי (בייצוג בינארי) באופן הבא: נפחית 10 (דצימלי) וכך נקבל את ספרת האחדות, הזהה בייצוג הדצימלי והבינארי (הספרות 0-9 בייצוג ע״י 4 ביטים). לאחר מכן נוסיף 16 כדי לקבל תוספת ״1״ לספרת העשרות לפי הקסדצימלי. הסיבה לכך היא שתוספת זו תהיה לביט החמישי – שישמש לנו כ-LSB מתוך ה-4 ביטים של ספרת העשרות. סה״כ ניתן להוסיף 6 (מינוס 10 פלוס 16) בכדי לקבל 4 ביטים לספרה ראשונה ו-LSB לשניה, כלומר נחבר 0110 לתוצאה. נפריד בין שני מקרים:
  - המספר בין 10-15 (1010-1111): אלו המספרים עבורם אין חריגה (carry), ועבורם נצטרך למצוא פונקציה.
  - המספר בין 16-18: ישנה חריגה לביט החמישי, ולכן מספיק להסתכל על ערך ה-carry האחרון בכדי לקבוע שהמספר > מ-9.

חישוב פונקצית בדיקה 10-15:

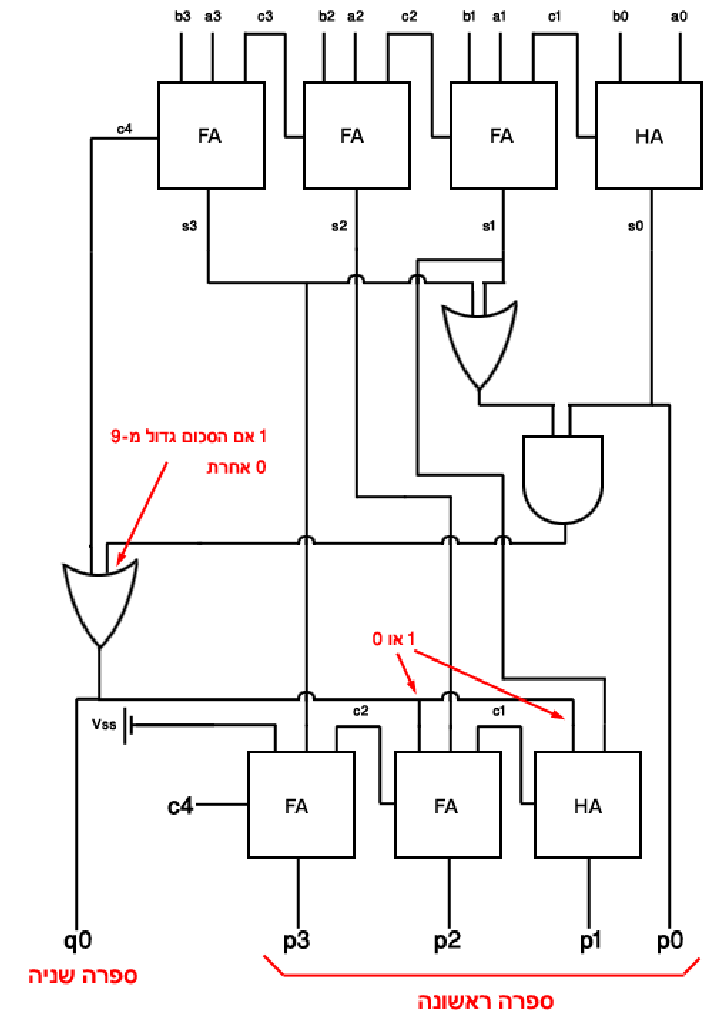
s3s4\s0s1	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	1	0
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

g(s0,s1,s2,s3) = s0s1 + s0s3 = s0(s1 + s3)

כלומר הפונקציה לבדיקה האם הסכום גדול ממש מ-9 היא:

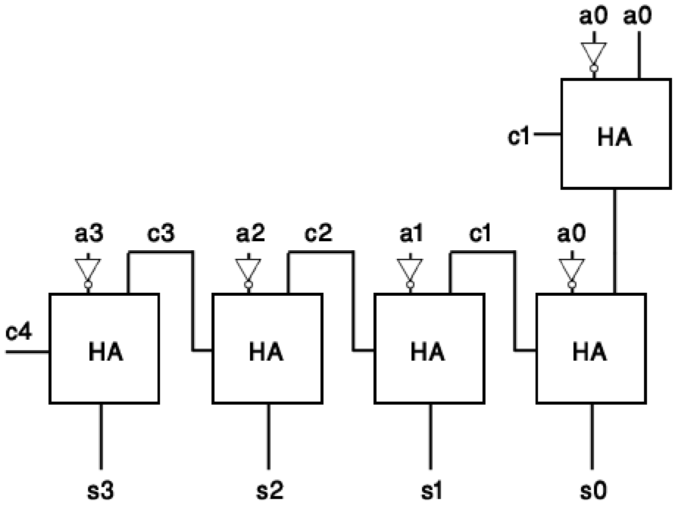
f(s0,s1,s2,s3) = s0(s1 + s3) + c4

סה״כ המעגל יראה כך:



(5)

ניצג את X ע״י $a3,\ a2,\ a1,\ a0$ כאשר a0 היא ה-LSB ו-a3 היא סיבית הסימן. החיבור יעשה באופן הבא:



המחובר הימני הראשון יהיה 1 כיוון שיהיה תוצאת חיבור ביט כלשהו עם ההופכי שלו, מה שתמיד ייתן 1.

c4 לא חשוב כיוון שהפעם היחידה בה יקבל "1" היא עבור חישוב המשלים של "0000", שהוא "0000" (אין overflow בגלל ש-c3=c4).

משתני היציאה הם $s3,\ s2,\ s1,\ s0$, כאשר s0 היא ה-LSB ו-s3 סיבית הסימן.

(6)

$f(w,x,y,z) = \sum(2,5,6,7,12,13) + d(3,10,14,15)$:

נחשב את הצמצום ע״פ מפת קרנו של הפונקציה:

yz\wx	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	1	1	0
11	d	1	d	0
10	1	1	d	d

$f(w,x,y,z) = wx + xz + w'y =$

$wxz + wxz' + wxz + w'xz + w'yz + w'yz' =$

$wzx + wz'x + w'zx + w'zy + w'z'y =$

$w'z'y + w'zx + wz'x + wzx + w'zy$

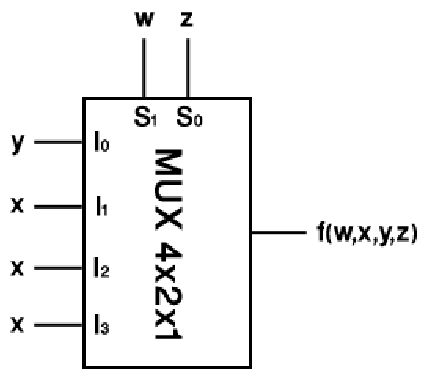
אם נסתכל על פונקציית MUX 4x2x1, היא מהצורה:

$f(I_0,I_1,I_2,I_3) = s_1's_0'I_0 + s_1's_0I_1 + s_1s_0'I_2 + s_1s_0I_3$

מצאנו לפונקציה שלנו את הצורה הנ״ל, כאשר: $I_1=I_2=I_3=x,\ I_0=y,\ s_0=z,\ s_1=w$, ונותר המחובר $w'zy$. נבדוק שמחובר מיותר זה לא משפיע על ערך הפונקציה כאשר מקבל 1. המחובר מקבל 1 עבור $z=y=1,\ w=0$ ו-x כלשהו, כלומר עבור הקלטים 0011, 0111 שהם 3 ו-7, אך הפונקציה f מקבלת עבור קלטים אלו d ו-1 כך שאינה מושפעת מהמחובר. נראה טבלת אמת של בחירתנו:

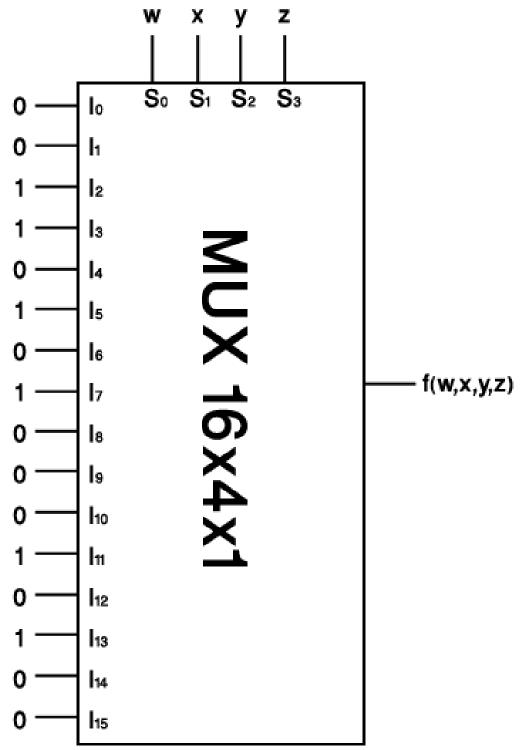
#	w	x	y	z	s1s0	value(s1s0)	f(w,x,y,z)
0	0	0	0	0	00	**0**	**0**
1	0	0	0	1	01	**0**	**0**
2	0	0	1	0	00	**1**	**1**
3	0	0	1	1	01	**0**	**d**
4	0	1	0	0	00	**0**	**0**
5	0	1	0	1	01	**1**	**1**
6	0	1	1	0	00	**1**	**1**
7	0	1	1	1	01	**1**	**1**
8	1	0	0	0	10	**0**	**0**
9	1	0	0	1	11	**0**	**0**
10	1	0	1	0	10	**0**	**d**
11	1	0	1	1	11	**0**	**0**
12	1	1	0	0	10	**1**	**1**
13	1	1	0	1	11	**1**	**1**
14	1	1	1	0	10	**1**	**d**
15	1	1	1	1	11	**1**	**d**

מטבלת האמת ניתן לראות בבירור כי עבור כי הבחירה לכניסות ה-MUX נותנת לנו כפלט את הפונקציה הנתונה:



(7)

נגדיר את הפונקציה הרצויה כ- f(w,x,y,z). להלן MUX 16x4x1 למימושה:



להלן טבלת אמת להוכחת נכונות המימוש:

#	w	x	y	z	f(w,x,y,z) (by the MUX)
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**
3	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**
4	0	1	0	0	0
5	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**
6	0	1	1	0	0
7	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	**1**	**0**	**1**	**1**	**1**
12	1	1	0	0	0
13	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

המימוש מחזיר עבור כל מספר ראשוני המקבל כקלט "1", אחרת מחזיר "0", ולכן הוא נכון.